


Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção
Projeto de Graduação II

Método analítico para a otimização de portfólios de energia elétrica

Autora: Janiele Eduarda Silva Costa Custodio
Orientador: Reinaldo Crispiniano Garcia

Brasília, DF
2016



Janiele Eduarda Silva Costa Custodio

Método analítico para a otimização de portfólios de energia elétrica

Relatório submetido ao curso de graduação em Engenharia de Produção da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Tecnologia

Orientador: Reinaldo Crispiniano Garcia

Brasília, DF

2016

Janiele Eduarda Silva Costa Custodio

Método analítico para a otimização de portfólios de energia elétrica/ Janiele
Eduarda Silva Costa Custodio. – Brasília, DF, 2016-
52 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Reinaldo Crispiniano Garcia

Projeto de Graduação II – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia , 2016.

1. Mercados de Eletricidade. 2. Otimização de portfólios. 3. CVaR. 4. GARCH.
I. Reinaldo Crispiniano Garcia. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de
Tecnologia. IV. Método analítico para a otimização de portfólios de energia
elétrica.

Janiele Eduarda Silva Costa Custodio

Método analítico para a otimização de portfólios de energia elétrica

Relatório submetido ao curso de graduação em Engenharia de Produção da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Brasília, DF, 04 de julho de 2016:

Reinaldo Crispiniano Garcia, PhD
Orientador

João Mello da Silva, PhD
Convidado 1

Brasília, DF
2016

Este trabalho é dedicado a meus pais, Janaíra e Edilson Custodio.

Agradecimentos

Durante os anos que passei na UnB, tive a oportunidade de vivenciar experiências incríveis e desafiadoras, que levarei para sempre comigo. Tenho absoluta consciência de que tudo que conquistei até aqui não teria sido possível sem o apoio que recebi de diversas pessoas. Sou grata a todos que, de alguma forma, dedicaram seu tempo e contribuíram para fazer da minha graduação uma fase inesquecível.

Primeiramente, agradeço ao meu orientador, Professor Reinaldo Garcia. Ter trabalhado sob sua orientação foi uma experiência que transformou a minha vida e o meu futuro de forma inimaginável. Eu agradeço pelo tempo dedicado, ideias compartilhadas e conversas inspiradoras que fizeram dos meus últimos anos de graduação tão produtivos e estimulantes. Serei eternamente grata pelo excelente exemplo que o Prof. Reinaldo representa para mim e para todos que tiveram a sorte de tê-lo como professor. A sua mentoria foi crucial para que eu sonhasse ainda mais alto, e, graças ao seu apoio, conseguisse alcançar os meus planos. Me sinto honrada pela oportunidade de ter iniciado minha carreira de pesquisadora com alguém tão excepcional.

Agradeço ao Professor João Mello pelos anos dedicados a fazer do curso de Engenharia de Produção da UnB um ambiente agradável e inovador. Seus conselhos e sua atenção foram fundamentais para me auxiliar a tomar decisões sobre a minha carreira em momentos críticos. Sou muito grata pela oportunidade de estudar em um departamento que me proporcionou a liberdade necessária para que pudesse perseguir os meus interesses pessoais, sem que para isso tivesse de comprometer minhas responsabilidades acadêmicas.

Agradeço a todos os meus amigos pela compreensão, carinho e suporte durante todos esses anos. A todos que permaneceram comigo não apenas durante os bons momentos, mas também em momentos de tensão, não raros nos últimos dois anos.

Finalmente, agradeço a meus pais pelo amor, carinho e apoio incondicional durante toda a minha vida, acreditando nas minhas metas em momentos que até mesmo a minha autoconfiança esteve em risco. Sei da sorte que é ter crescido em uma família unida, atenciosa e parceira, com quem sempre pude contar. Com eles, aprendi a importância da disciplina, do trabalho, do foco e da busca por excelência para construir a vida dos meus sonhos. A eles, dedico este trabalho.

*The good life is one inspired by
love and guided by knowledge.*

- Bertrand Russell

Resumo

A natureza competitiva do mercado livre de energia elétrica e a alta volatilidade dos preços de energia no mercado de curto prazo requer que os agentes do mercado utilizem técnicas apropriadas de gestão de risco. Neste trabalho, será descrito um modelo de otimização dinâmico para que empresas produtoras de energia possam determinar a estratégia de venda no mercado de curto prazo que ofereça-lhes o maior benefício e, simultaneamente, minimize o risco. Uma função de utilidade é considerada para mensurar o *trade-off* entre risco e retorno. A métrica de risco utilizada é o *Conditional Value-at-Risk*, que possibilita estimar o risco de cauda associado a diferentes investimentos e tem ganhado popularidade na análise de tomada de decisões relacionadas ao mercado de eletricidade. O modelo GARCH foi utilizado para prever os preços de energia de dia seguinte, aumentando a acurácia das previsões sobre o comportamento do mercado futuro e oferecendo uma vantagem competitiva às empresas geradoras. A aplicabilidade e a eficácia do modelo foram analisadas com um estudo de caso considerando dados do mercado de energia norte-americano *PJM Interconnection*.

Palavras-chaves: Mercados de Eletricidade; Otimização de portfólios; CVaR; GARCH.

Abstract

The competitive nature of deregulated electricity markets and the high volatility of energy prices in the short-term energy pool increases the need for proper risk management techniques. This report presents a dynamic optimization framework to help power generation companies determine the investment strategy that offers the highest benefit while minimizing the associated risk. We consider a utility function to evaluate the investor's trade-off between risk and return. Conditional Value-at-Risk is the metric used to evaluate the tail risk of possible investment choices. To increase the accuracy of the predictions of future market behavior and the competitive advantage of the decision-maker, we use a GARCH model to forecast day-ahead spot prices. The applicability and efficacy of different investment combinations was discussed in a case study with data from the PJM Interconnection market.

Keywords: Energy Markets; Portfolio Optimization; CVaR; GARCH.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Preços médio: tempo real, <i>forecast</i> PJM, previsão por meio do GARCH	13
Figura 2 – Representação gráfica do CVaR e do VaR	16
Figura 3 – Contratos bilaterais de eletricidade	18
Figura 4 – Área atendida pelo mercado PJM	25
Figura 5 – Mercados americanos de energia elétrica e volumes negociados	26
Figura 6 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do número de cenários	29
Figura 7 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do nível de confiança	30
Figura 8 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do coefi- ciente de aversão ao risco	32

Lista de tabelas

Tabela 1 – Combinações possíveis na definição do portfólio	27
Tabela 2 – Parâmetros da Otimização	27
Tabela 3 – Alocação média – Impacto do número de cenários	28
Tabela 4 – Alocação média – Impacto do nível de confiança	30
Tabela 5 – Alocação média – Impacto do índice de aversão ao risco	31
Tabela 6 – Resultados da simulação - Caso 1	39
Tabela 7 – Resultados da simulação - Caso 2	40
Tabela 8 – Resultados da simulação - Caso 3	41
Tabela 9 – Resultados da simulação - Caso 4	42
Tabela 10 – Resultados da simulação - Caso 5	43
Tabela 11 – Resultados da simulação - Caso 6	44
Tabela 12 – Resultados da simulação - Caso 7	45
Tabela 13 – Preços do dia-seguinte obtidos pelo método GARCH	46
Tabela 14 – Preços médios diários do mercado PJM, para o ano de 2003	52

Lista de abreviaturas e siglas

CVAR	<i>Conditional Value-at-Risk</i>
DISCO	<i>Electricity Distribution Company</i> – Companhia Distribuidora de Energia Elétrica
GARCH	<i>Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity</i> – Modelo Autoregressivo de Heteroscedasticidade Condicional Generalizado.
GENCO	<i>Electricity Generation Company</i> – Companhia Geradora de Energia Elétrica
ISO	<i>Independent System Operator</i> – Operador de sistema independente
MCP	<i>Market Clearing Price</i> – Preço de equilíbrio
MO	<i>Market Operator</i> – Operador de Mercado
PECO	<i>Philadelphia Electric Company</i>
PENELEC	<i>Pennsylvania Electric Company</i>
PEPCO	<i>Potomac Electric Power Company</i>
PJM	<i>Pennsylvania New Jersey Maryland Interconnection LLC</i>
PX	<i>Power Exchange</i> - Bolsa de Energia
RETAILCO	<i>Retail Company</i> – Agente de venda
TRANSCO	<i>Electricity Transmission Company</i> – Companhia Transmissora de Energia Elétrica
VAR	Value-at-Risk

Lista de símbolos

Variáveis Contínuas

$\lambda_{i,k}^B$	Preço da energia no contrato bilateral assinado com clientes da área i no k -ésimo intervalo, USD/MBTu
$\omega_{B,k}$	Percentual do portfólio alocado ao ativo sem risco no k -ésimo intervalo
$\omega_{i,k}$	Percentual do portfólio alocado ao ativo de risco i no k -ésimo intervalo
σ_i	Variância da transação i
$\sigma_{i,j}$	Covariância entre as transações de risco i e j
r_B	Taxa de retorno de contratos bilaterais locais
$r_{i,\tau}$	Simulação de Monte Carlo do retorno esperado
$r_{i,k}$	Taxa de retorno do contrato bilateral assinado com a área i no k -ésimo intervalo
$r_{S,k}$	Retorno da companhia geradora de energia (Genco) no mercado <i>spot</i> no k -ésimo intervalo
z_τ	Variável auxiliar
ρ	Probabilidade do retorno simulado
ζ	VaR

Parâmetros e Índices

α	Índice de aversão ao risco
β	Nível de confiança
λ_k^F	Preço do combustível fóssil no k -ésimo intervalo
$\lambda_{i,k}^S$	Preço da energia na i -ésima área no mercado <i>spot</i> , no k -ésimo intervalo
a	Coefficiente de consumo de combustível, MBTu/Hour
b	Coefficiente de consumo de combustível, MBTu/MWh

c	Coefficiente de consumo de combustível, MBTu/MW ² h
k	Índice do intervalo
i, j	Identificador da transação
M	Duração do horizonte de planejamento
N	Número de ativos no portfólio
p_k	Capacidade dos geradores de energia no k -ésimo intervalo
T	Número de amostras consideradas na simulação de Monte Carlo
t	Índice do período de planejamento

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1	O Mercado de Eletricidade	6
2.1.1	Organização do mercado de energia	7
2.1.2	Atores	9
2.1.3	Agentes institucionais	10
2.2	Otimização de Portfólios	10
2.3	Previsão de preços	11
2.4	Gestão de Riscos	12
2.4.1	Medidas coerentes de risco	13
2.4.2	Medidas de risco	14
3	MODELO PROPOSTO	18
3.1	Dados de Entrada	19
3.2	Propriedades estatísticas de cada investimento	20
3.2.1	Contratos bilaterais locais	21
3.2.2	Contratos bilaterais não-locais	21
3.2.3	Mercado <i>spot</i>	22
3.2.4	Covariâncias	23
3.3	Geração de Cenários	23
3.4	Determinação da alocação ótima	23
3.5	Otimizar todo o período do planejamento	24
4	ESTUDO DE CASO	25
4.1	Considerações Iniciais	25
4.2	Hipóteses e parâmetros iniciais	27
4.3	Resultados e Discussão	28
4.3.1	Impacto do número de cenários simulados	28
4.3.2	Impacto do nível de confiança	29
4.3.3	Impacto do índice de aversão ao risco	31
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
	Referências	35

APÊNDICES 38

	APÊNDICE A – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO	39
A.1	Resultados obtidos para o Caso 1	39
A.2	Resultados obtidos para o Caso 2	40
A.3	Resultados obtidos para o Caso 3	41
A.4	Resultados obtidos para o Caso 4	42
A.5	Resultados obtidos para o Caso 5	43
A.6	Resultados obtidos para o Caso 6	44
A.7	Resultados obtidos para o Caso 7	45
	APÊNDICE B – PREVISÃO DE PREÇOS DO DIA SEGUINTE . .	46
	APÊNDICE C – CÓDIGO UTILIZADO	47

ANEXOS 51

	ANEXO A – PREÇOS DIÁRIOS DO MERCADO PJM	52
--	--	-----------

1 Introdução

O mercado de energia sofreu uma grande reestruturação em vários países a partir da década de 80 (KIRSCHEN; STRBAC, 2004; GIL-PUGLIESE; OLSINA, 2014). Deixou de ser verticalizado e centralizado, onde uma mesma organização controlava toda a rede de atividades do sistema energético ou tinha monopólio sobre um ou mais setores, para se separar em segmentos diferentes, que atuam coordenadamente mas com maior independência: geração, transmissão e distribuição. Esses setores interagem de modo a assegurar os principais interesses no estabelecimento do mercado de energia: garantir operações seguras e facilitar transações econômicas (SHAHIDEHPOUR; YAMIN; LI, 2002).

A abordagem tradicional monopolista foi substituída por uma abordagem competitiva e descentralizada, em que forças de mercado orientam o preço da eletricidade e reduzem o custo bruto por meio do aumento da competição, por consequência, diminuindo o preço que é repassado aos consumidores finais (SHAHIDEHPOUR; YAMIN; LI, 2002). Isso foi devido à prevalência da noção de que um mercado competitivo é o mecanismo mais apropriado para ofertar energia a um custo baixo com alta confiabilidade, que é a principal meta dos participantes do mercado (KIRSCHEN; STRBAC, 2004; NOGALES et al., 2002).

No mercado aberto, a energia elétrica é negociada como uma *commodity*, apesar de ter diversas peculiaridades que exigem cuidado ao tratá-la como uma *commodity* tradicional. Uma das suas principais características é o fato de não poder ser armazenada em grandes quantidades por períodos longos de tempo. Assim, a entrega de quantidades expressivas de energia continuamente e com alta confiabilidade requer que grandes geradoras estejam conectadas aos consumidores através de redes de transmissão e distribuição. Devido a isso, é necessária a atuação de diferentes agentes para que o mercado opere de forma eficiente: operadores de mercado, operadores de sistema independentes e agências reguladoras.

Na bolsa de energia, empresas produtoras de energia submetem suas propostas de geração e os preços correspondentes ao operador de mercado. As empresas consumidoras fazem o mesmo com as propostas de consumo e propostas de preço. O operador do mercado usa uma ferramenta de *market-clearing* para equilibrar as propostas submetidas, considerando as condições e a capacidade do sistema de distribuição e transmissão no momento previsto para entrega.

A cada período (usualmente de hora em hora), o operador de mercado determina o preço de equilíbrio resultante, bem como as propostas aceitas de geração e consumo. Dessa forma, são evitados excessos de demanda ou oferta excessiva. Transações posterior-

res são realizadas para realizar ajustes necessários e para eliminar inconsistências físicas devido a restrições intertemporais ou congestionamentos na rede. O preço determinado pelo operador de mercado é então disponibilizado ao público. As informações de preço são utilizadas pelos participantes do mercado para planejar suas operações. Consumidores e produtores baseiam-se no preço de equilíbrio para elaborar previsões do comportamento do mercado futuro. As previsões são então utilizadas pelos participantes para planejar suas operações e para submeter novas propostas à bolsa de energia.

Devido às características específicas da eletricidade (não armazenável, demanda incerta e inelástica, curva íngreme de abastecimento), os preços no mercado *spot* são extremamente voláteis, fazendo com que os participantes do mercado busquem métodos analíticos adequados para manter suas posições, evitando grandes prejuízos e consequências que possam comprometer a segurança do sistema.

Gestão de riscos é uma técnica fundamental para que os participantes do mercado de energia lidem com as incertezas que o mesmo exhibe. É o processo de equilibrar risco e retorno para maximizar o benefício percebido pelo investidor. Uma das formas de atingir esse equilíbrio é por meio da diversificação de investimentos (LIU, 2004; JIFENG, 2006). Assim, é importante levar em consideração diferentes transações para que o *decision-maker* possa encontrar uma combinação de ativos que satisfaça a sua expectativa de ganhos.

Métodos de otimização de portfólio possibilitam encontrar alocações adequadas entre diferentes ativos, combinando as diversas informações disponíveis aos participantes do mercado com apropriados modelos matemáticos. O modelo a ser apresentado foi desenvolvido com base na teoria da utilidade. Uma função de utilidade possibilita mensurar o *trade-off* entre o risco e o retorno esperado no mesmo problema, tornando-a uma técnica apropriada para casos como o do mercado de energia elétrica. A otimização da utilidade leva em consideração as preferências dos tomadores de decisão de um modo analítico, a partir da definição apropriada dos dados de entrada do modelo.

Uma gestão de riscos eficiente depende não somente das técnicas de otimização de portfólio utilizadas, mas também da determinação correta dos preços futuros. Os preços de energia são comumente sujeitos a mudanças extremas e abruptas, devido em grande parte ao fato de a energia elétrica não poder ser facilmente armazenada e à necessidade de atender à demanda dos consumidores com capacidade limitada de transmissão e produção. Especialmente após a liberalização dos mercados de energia, a flutuação nos preços se tornou ainda mais comum. A previsão de preços é uma técnica fundamental para todos os participantes do mercado de eletricidade, pois fornece informações críticas para o desenvolvimento de apropriadas estratégias de investimento.

Outro fator relevante no modelo de otimização de portfólios é mensurar os riscos adequadamente. Neste trabalho, a medida de risco utilizada é o *Conditional Value-at-Risk* (CVaR). O CVaR tem diversas características que o tornam uma métrica adequada

e apropriada para o modelo de otimização de portfólios de energia elétrica aqui apresentado. Além de ser uma medida de risco coerente, seu cálculo leva em consideração valores extremos e, por meio de um modelo de otimização linear estocástica, pode ser otimizado sem demandar um alto poder computacional (URYASEV, 2000; ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000; BERTSIMAS; LAUREATE; SAMAROV, 2004). Devido a isso, tornou-se uma medida popular na análise de mercados e sistemas de eletricidade, como visto em Gil-Pugliese e Olsina (2014), Carrion, Conejo e Arroyo (2007), Pousinho et al. (2013), Conejo, Carrión e Morales (2010), Burger, Graeber e Schindlmayr (2008).

O mercado atacadista de energia é composto por empresas geradoras que competem entre si e oferecem eletricidade a empresas comercializadoras ou consumidores. Todos os atores do mercado estão expostos a variações de preço e de volume e, para se protegerem da natureza volátil do mercado de energia, buscam acordos e estratégias de investimento que protejam suas posições. No mercado de curto prazo, é usual que as empresas geradoras de energia diversifiquem seu investimento entre o mercado *spot* em tempo real e mercado de contratos bilaterais.

Contratos bilaterais são acordos entre fornecedores (Gencos ou Retailcos) e compradores que garante a entrega de uma certa quantidade de energia em um determinado período, posterior à assinatura do contrato, a um preço acordado. Eles oferecem uma alternativa às Gencos, para se protegerem da natureza estocástica do mercado à vista de curto prazo de energia elétrica (SHAHIDEHPOUR; YAMIN; LI, 2002; AUSUBEL; CRAMTON, 2010; PALAMARCHUK, 2010).

O problema da determinação de portfólios de energia elétrica tem sido objeto de estudo em diversos trabalhos. Gil-Pugliese e Olsina (2014) apresentam um modelo de programação dinâmica aproximada e estocástica para determinar portfólios de venda de energia no mercado futuro. A utilização de um modelo dinâmico permite que o tomador de decisão tenha maior flexibilidade e possa, assim, rebalancear o seu portfólio durante o período de análise caso ocorra alguma mudança significativa nas informações de entrada do modelo. Além disso, os modelos dinâmicos aproximados possibilitam uma maior capacidade computacional, ao reduzirem significativamente o número de iterações necessárias para encontrar a solução ótima. Os autores também levam em consideração os riscos na entrega – que estão relacionados aos riscos de transmissão e distribuição de energia. Muitos autores consideram mercados futuros como ativos sem riscos. Porém, ao levar em consideração os riscos na entrega de energia, a distribuição de probabilidade do retorno pode sofrer grandes alterações. Assim, a alternativa ótima de investimento usualmente envolverá uma combinação entre contratos futuros e vendas na bolsa de energia.

O problema da alocação de recursos em portfólios na bolsa de energia também foi abordado por Liu (2004). Em sua tese, apresenta um modelo com base na teoria da utilidade e na teoria do portfólio de Markowitz para determinar como uma empresa

geradora deverá distribuir sua produção no curto prazo— considerando mercado *spot* e o mercado de contratos bilaterais. Seu modelo não leva em consideração a dinamicidade do mercado de energia. Dados históricos são utilizados para propor um modelo único para todo o período de investimento. Previsões para o preço *spot* e alterações no preço devido à dinamicidade do mercado não são levadas em consideração.

Alguns trabalhos consideram o ponto de vista do fornecedor como Gil-Pugliese e Olsina (2014), Liu (2004), Jifeng (2006), Pousinho et al. (2013), Schröder (2014). O ponto de vista do agente vendedor de energia foi considerado por Carrion, Conejo e Arroyo (2007) e em alguns problemas discutidos em Conejo, Carrión e Morales (2010). Pousinho et al. (2013) apresenta um modelo de programação estocástica para o planejamento de recursos no curto prazo de uma empresa geradora de energia hidroelétrica. Jifeng (2006) utiliza o modelo de utilidade média e o CVaR para propor um método analítico que auxilie empresas geradoras a planejarem sua expansão de capacidade no mercado livre de energia. A temática da expansão de capacidade também foi abordada por Schröder (2014).

A proposição de que a diversificação dos portfólios de eletricidade, entre mercado de curto prazo e contratos futuros, é uma alternativa positiva para que os mercados de eletricidade atinjam seus objetivos de lucro e eficiência concomitantemente e foi também proposta por Ausubel e Cramton (2010). Os autores afirmam que mesmo um mercado em tempo real bem desenvolvido não é suficiente para garantir a eficiência necessária. Como exemplo, é citada a crise que ocorreu no mercado livre de energia elétrica californiano devido à confiança excessiva no mercado de energia *spot*. Devido à insuficiência do mercado futuro e a oferta restrita, os clientes foram expostos a preços extremamente altos de energia *spot*. Além disso, os produtores puderam exercer poder de mercado e manter os níveis de preço ainda mais altos. A eficiência exige que diversos fatores sejam levados em consideração, como risco, poder de mercado e investimentos em novos recursos. Para os autores, os três objetivos podem ser atingidos quando o mercado *spot* é complementado por dois mercados futuros, um de médio prazo e outro de longo prazo.

Considerando este contexto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo dinâmico para a otimização do portfólio de venda de uma empresa geradora de energia elétrica (*Generation Company* – Genco). Será considerado que a empresa busca gerenciar os riscos associados à geração e ao fornecimento de eletricidade no seu planejamento de curto prazo. A Genco tem como objetivo definir a estratégia de investimento que, para um determinado nível de aversão ao risco, ofereça maior retorno ao mesmo tempo em que a expõe ao menor risco, considerando um limite aceitável pré definido.

Será apresentado um método dinâmico para solucionar o problema da otimização de um portfólio de geração de energia, oferecendo às empresas geradoras uma forma de determinar a estratégia que melhor se adequa às suas expectativas. O modelo permite que as empresas realizem seu planejamento no curto prazo e que, utilizando uma

técnica apropriada para prever os preços da energia *spot*, escolham a decisão com maior benefício levando em consideração a tendência do mercado. Adicionalmente, o método incluirá o modelo de previsão de preços GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic*) e utilizará o CVaR (*Conditional Value-at-Risk*) como a métrica de risco.

Três tipos de transações serão consideradas: contratos bilaterais sem risco, contratos bilaterais com risco e investimentos no mercado à vista de energia. Adicionalmente, assumir-se-á que a Genco pode ofertar e comprar uma quantidade ilimitada de energia no mercado atacadista, não sendo levadas em consideração possíveis exigências e restrições impostas pelos agentes reguladores do sistema.

No Capítulo 2, serão introduzidos conceitos relevantes para a elaboração do método proposto. No Capítulo 3, será descrito o modelo de otimização proposto e as hipóteses consideradas. O Capítulo 4 apresenta um estudo de caso realizado com dados do mercado de eletricidade norte-americano PJM Interconnection. As conclusões e direções para trabalhos futuros serão apresentadas no Capítulo 5.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, serão apresentados conceitos relevantes para o desenvolvimento do método proposto. A seção 2.1 apresenta uma visão geral sobre o mercado de eletricidade, uma descrição sobre os principais atores e como o mercado se organiza. Na seção 2.2, serão discutidos os principais métodos de otimização utilizados na análise de portfólios de energia elétrica. A seção 2.3 discute a relevância dos métodos de previsão de preços de eletricidade no mercado aberto. Na seção 2.4, serão apresentadas as principais medidas de risco utilizadas na análise e modelagem de sistemas de energia.

2.1 O Mercado de Eletricidade

Nas últimas décadas, a indústria de energia elétrica sofreu uma grande reestruturação, a nível global. O novo mercado de eletricidade, competitivo, foi desenvolvido com o objetivo de aumentar a eficiência operacional dos sistemas, mantendo um preço justo e uma qualidade aceitável para os consumidores finais. O mercado de eletricidade foi desenvolvido sob a premissa de que a energia elétrica poderia ser tratada como uma *commodity*. Porém, há diferenças importantes entre energia elétrica e *commodities* tradicionais, como petróleo, ouro ou café.

Os clientes não possuem alternativas para substituir a eletricidade no curto prazo. Consequentemente, variações no preço têm pouca influência na demanda por energia elétrica, isto é, a demanda por eletricidade é inelástica ao preço. Além disso, apesar dos diversos avanços tecnológicos em baterias com maior capacidade e tempo de vida útil, ainda não é possível armazenar quantidades significativas de energia. Dessa forma, é necessário que demanda e oferta sejam equilibrados.

A sociedade moderna é extremamente dependente da providência contínua de energia elétrica. Se esse equilíbrio não for mantido, pode gerar resultados catastróficos. Isso é intolerável pois pode deixar uma região ou país inteiro sem energia por muitas horas. Assim, é muito arriscado deixar toda a responsabilidade do equilíbrio entre oferta e demanda de energia para uma entidade como o mercado, com uma imprevisibilidade que não é aceitável para muitos governos. Esse balanço deve ser mantido por um mecanismo que não se baseia apenas em condições não previsíveis para selecionar e distribuir recursos.

A seguir, serão apresentados os principais atores do mercado de energia elétrica e como eles se organizam para garantir que o sistema opere de forma estável e segura, baseado nos modelos de Kirschen e Strbac (2004) e Shahidehpour, Yamin e Li (2002).

2.1.1 Organização do mercado de energia

Mercado *spot*

O mercado *spot* refere-se às negociações que cobrem um período curto de tempo. Usualmente, são consideradas como mercado *spot* as transações que ocorrem em tempo real ou no dia seguinte à tomada de decisão. À energia negociada no mercado *spot* dar-se-á o nome de energia *spot*.

No mercado do dia seguinte, são negociados produtos com entrega prevista para o dia seguinte ao período da negociação. Se o dia seguinte não for um dia de negociação, também incluirá produtos que serão entregues entre o dia seguinte e o próximo dia de negociação. Produtos do mercado do dia seguinte são os tipos mais comuns e podem ser negociados tanto no mercado *spot* como em acordos bilaterais.

O mercado intradiário refere-se a produtos com entrega prevista para o mesmo dia da negociação. Como é um mercado que serve diretamente a oferta física de energia, permite que os produtores otimizem sua geração de curto prazo, revendendo energia excessiva ou comprando energia necessária em casos de *shortage*. Os produtos do mercado intradiário, assim como os produtos do mercado do dia seguinte, são negociados ou na bolsa de energia ou bilateralmente.

Há diversos requisitos técnicos para o balanço do sistema em tempo real. Assim, mercados de energia *spot* são centralizados e gerenciados pelas entidades responsáveis pela operação do sistema físico, para assegurar confiabilidade e segurança (GIL-PUGLIESE; OLSINA, 2014). A negociação de energia *spot* considera a existência de várias estruturas de mercado, que envolvem um mecanismo central para definir quais unidades geradoras deverão ser utilizadas e quanta energia cada unidade selecionada deveria produzir para satisfazer a demanda.

O preço da energia *spot* é determinado ciclicamente pelo operador de mercado, com base no equilíbrio entre as propostas submetidas pelas Gencos e Discos participantes e considerando as condições do sistema no momento da entrega. Os preços *spot* são computados em curtos intervalos de tempo considerando as condições do sistema no tempo da entrega.

Considerando o ponto de vista da Genco, vender energia no mercado *spot* significa submeter uma proposta ao órgão regulador sob a possibilidade de obter dois resultados: a proposta é aceita e a Genco recebe com base no preço de equilíbrio (preço *spot*) ou a proposta é rejeitada e a Genco não vende nada no mercado *spot*.

Mercado futuro

Mercados futuros permitem a negociação de energia para entrega futura no médio ou longo prazo (meses ou anos após a negociação). Uma possibilidade usual no mercado futuro é a assinatura de contratos bilaterais entre fornecedores e consumidores, alternativa que também é considerada no mercado *spot*.

O mercado futuro é extremamente relevante para a gestão de riscos e auxilia os participantes a protegerem suas posições. Também é importante para especulação e para propósitos de negociação. A data acordada para entrega ou período aceito inclui datas posteriores ao dia seguinte à data em que a negociação ocorreu.

Pode ser dividido em duas categorias principais: *exchange* e contratos bilaterais (médio ou longo prazo). O *Exchange* refere-se a contratos padrões, com uma quantidade pré-definida para cada entrega, um único preço e regras específicas. Sua principal função é garantir que as negociações ocorram de forma justa e ordenada.

Os contratos bilaterais referem-se a contratos assinados com consumidores ou distribuidores de energia antes do período em que a energia será repassada. Assim, os preços e condições são determinados com antecedência. Por essa razão, os contratos bilaterais são usualmente utilizados para que as Gencos possam gerenciar o risco associado a outras negociações no mercado de energia. Contratos bilaterais são de baixo risco e assume-se que os custos de produção são determinísticos.

Dada a alta volatilidade dos preços de eletricidade, os mercados futuros são uma forma de balancear o risco dos investimentos. Uma companhia de energia com diversas unidades geradoras tem duas opções: vender a energia no mercado futuro ou aguardar até o momento da entrega para receber o preço *spot*.

Ao optar pela venda no mercado futuro, o gerador consegue se proteger de um súbito declínio nos preços *spot* e, assim, assegura uma margem sob os custos de operação, isolando o gerador do risco associado ao preço. Porém, o gerador abre mão de negociar no mercado *spot* caso os preços tornem-se competitivos.

Apesar de consideravelmente menos voláteis do que contratos bilaterais, os contratos para entrega futura expõem as empresas geradoras a outra classe de riscos: os riscos de entrega. Esses ocorrem ou devido à insuficiência na geração de energia ou devido a falhas no sistema de transmissão e distribuição de energia (GIL-PUGLIESE; OLSINA, 2014; LIU, 2004). Quando a empresa geradora não consegue atender à demanda estabelecida no contrato, é obrigada a comprar energia no mercado *spot* no preço do momento da entrega. Nessa situação, a companhia pode tanto ter prejuízo, caso o custo seja consideravelmente superior do que os seus custos marginais, ou poderá ter lucros, se o preço no mercado *spot* for menor ou igual a seus custos marginais.

Gencos negociam energia no mercado *spot* centralizado e no mercado bilateral

decentralizado. Nos mercados bilaterais, as Gencos deverão pagar taxas de congestionamento se há congestionamento no sistema de transmissão. Sob essas condições, contratos bilaterais locais são transações sem risco, pois o risco de congestionamento é baixo, e os contratos bilaterais não locais são transações de risco, já que há incerteza nas taxas de congestionamento.

2.1.2 Atores

Empresas geradoras de energia (*Generation Companies* – Gencos): São responsáveis por gerar e manter usinas de geração de energia. Podem ser proprietárias de usinas ou agir em nome de outros proprietários no mercado de curto-prazo (SHAHIDEH-POUR; YAMIN; LI, 2002). O produtor pode vender energia elétrica para o mercado de energia (na bolsa ou no mercado futuro) ou diretamente para consumidores e comerciantes por meio de contratos bilaterais. As Gencos podem ofertar eletricidade para diversas localidades, não se limitando apenas à área geográfica na qual está instalada. No mercado reestruturado, o objetivo da Genco é maximizar o seu lucro. Para isso, atua em diferentes mercados e utiliza diferentes estratégias, de acordo com a lucratividade esperada. A própria Genco é responsável por considerar e gerir possíveis riscos.

Empresas distribuidoras de energia (*Distribution companies* – Discos): Controlam e operam redes de distribuição de energia em uma determinada região geográfica. As Discos são reguladas por agências governamentais fiscalizadoras e são responsáveis por manter e contruir redes de distribuição que conectem a rede de transmissão ao usuário final.

Comerciantes (*Retail Companies* – Retailcos): São entidades com autorização legal para revender energia. Fornecem energia aos consumidores que não participam diretamente do mercado de eletricidade. Não precisam controlar diretamente nenhum ativo de geração, transmissão ou distribuição de energia e podem atuar de forma independente. Compram a eletricidade a ser fornecida por meio de contratos bilaterais, no mercado futuro ou na bolsa de energia.

Consumidores com demanda baixa: São os usuários finais da eletricidade e, normalmente, estão conectados ao sistema de distribuição de energia. Sua participação no mercado de eletricidade usualmente envolve não mais do que escolher um comerciante dentre outros, quando há essa opção.

Consumidores com demanda alta: também são os usuários finais de eletricidade. Os maiores consumidores estão, algumas vezes, conectados diretamente ao sistema de transmissão. Alguns deles disponibilizam sua demanda prevista para o operador do sistema e para o operador do mercado, que podem usar essa informação como forma de controlar o sistema.

2.1.3 Agentes institucionais

Operador de mercado (*Market Operator* – MO): É a entidade responsável pela gestão econômica do mercado de energia como um todo, bem como pelo equilíbrio entre as propostas submetidas pelos participantes. O MO também administra as regras do mercado e, buscando um balanço entre os preços e quantidades propostos pelos compradores e vendedores no mercado de energia, determina os preços e as quantidades da energia a serem negociadas no mercado.

Operador de sistema independente (*Independent System Operator* – ISO): É o responsável por manter a segurança do sistema de energia pertencente ao mercado de eletricidade, estabelecendo regras apropriadas para controlar o mercado e os serviços auxiliares. É chamado independente pois, em um ambiente competitivo, deve operar de modo a não favorecer ou penalizar um participante em detrimento de outro.

Companhias de transmissão de energia (*Transmission companies* – Transco): Possuem recursos de transmissão, como linhas, cabos, transformadores e aparelhos de compensação reativa. São responsáveis por transmitir energia das Gencos para as Discos, que irão distribuir energia aos consumidores finais.

Regulador de mercado: É o órgão governamental responsável por garantir a justa e eficiente operação do mercado de eletricidade. Determina ou aprova as regras do mercado de energia e investiga causas suspeitas de abuso de poder de mercado.

2.2 Otimização de Portfólios

A Genco tem como objetivo garantir sua rentabilidade e proteger-se dos riscos do mercado. Uma estratégia para atingir os dois objetivos simultaneamente é a diversificação de seu portfólio. O risco e o retorno de um determinado investimento estão, usualmente, inversamente relacionados. A teoria de otimização de portfólios é adequada para auxiliar a alocação de diferentes ativos, considerando os objetivos específicos das Gencos: maximizar seus benefícios e diminuir o risco associado (JIFENG, 2006).

O problema de seleção de portfólios objetiva encontrar uma combinação satisfatória de ativos, levando em consideração as características do decisor e as incertezas dos mercados financeiros. Em 1952, Markowitz estabeleceu a relação entre a média e a variância de investimentos no modelo da variância média. As ideias apresentadas por ele serviram de base para o que hoje conhece-se como Teoria Moderna do Portfólio (*Modern Portfolio Theory* – MPT).

A MPT é uma formulação matemática do conceito de diversificação de portfólios. Neste modelo, a diversificação é uma forma de diminuir o risco associado a um determinado portfólio sem que o retorno total esperado seja prejudicado. Uma das principais hipóteses

do modelo é que o retorno é descrito como uma variável aleatória gaussiana. Desse modo, suas características podem ser adequadamente descritas por meio da variância e da média. Usualmente, a MPT combina dois conceitos que se opõem: aversão ao risco e maximização dos retornos. Dessa forma, o principal ponto do problema é a modelagem correta dos retornos e a correta mensuração dos riscos.

O método de otimização proposto por Markowitz baseia-se em uma função utilidade como função objetivo. A Teoria da Utilidade se origina no campo da teoria de análise de decisões. Refere-se a um conjunto de métodos quantitativos para analisar decisões, baseada no método da escolha consistente (CORNER; KIRKWOOD, 1991). Baseia-se na hipótese de que a atratividade das alternativas dependerá do julgamento do tomador de decisão quanto à probabilidade de todas as possíveis alternativas e da sua preferência para cada possível consequência (LIU, 2004). A utilidade esperada é o critério utilizado para determinar a escolha preferida, com base nos critérios relevantes para o tomador de decisão.

Na MPT, as propriedades estatísticas do retorno são resumidas pela variância e pela covariância. Porém, para retornos não gaussianos, a variância pode não ser a melhor forma de avaliar a volatilidade de um portfólio. Uma generalização da MPT leva aos modelos de risco médio, em que uma distribuição é caracterizada pelo retorno médio e uma medida do risco. Essa medida de risco pode ser definida de acordo com as propriedades estatísticas do retorno e de acordo com a preferência do investidor. A otimização do portfólio é então definida por meio de um modelo que busca encontrar a combinação de ativos que ofereça o maior retorno com o menor risco possível (e vice-versa).

Um dos requisitos da MPT é que os dados de entrada do modelo são variáveis gaussianas, o que nem sempre é real, especialmente para retornos no mercado de eletricidade (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Na MPT, variância e média são os parâmetros necessários para descrever o retorno de um determinado ativo. Para distribuições não gaussianas, usar esses dois parâmetros para descrever uma variável pode levar a decisões pouco corretas, especialmente para distribuições bastante assimétricas. Dessa forma, a generalização da MPT possibilita a utilização de modelos de risco e retorno mais apropriados para variáveis que possuam distribuições não normais.

2.3 Previsão de preços

No mercado de eletricidade, produção e consumo devem estar sempre em equilíbrio. Além disso, a demanda energética é praticamente inelástica no curto prazo. Isso significa que quando as condições de equilíbrio entre oferta e demanda estão ameaçadas, o preço da energia usualmente se eleva rapidamente. Graças à atuação dos agentes institucionais, muitas dessas circunstâncias são pontuais e os preços rapidamente retornam a níveis

normais.

Segundo Conejo, Carrión e Morales (2010), na maior parte dos mercados de eletricidade, as principais características dos preços spot são: variância e média não estacionária, sazonalidades, efeito calendário, alta volatilidade e alta incidência de *outliers*. Devido à extrema volatilidade dos preços de energia, há muitos riscos associados à sua comercialização. As empresas geradoras devem, dessa forma, tomar decisões considerando essa alta incerteza. A previsão dos preços da energia *spot* é de extrema relevância para produtores e consumidores no mercado de energia.

Os tomadores de decisão devem então encontrar métodos que sejam eficazes para efetuar suas previsões sobre o comportamento do mercado considerando as peculiaridades dos preços de energia. No mercado *spot*, isso possibilita que os participantes desenvolvam estratégias de negociação e preparem suas ofertas de modo a maximizar seus benefícios e proteger-se contra as incertezas do mercado (GARCIA et al., 2005).

A existência de volatilidade conglomerada e distribuições probabilísticas com caudas pesadas são características relevantes dos preços no mercado à vista de energia. O conceito de volatilidade conglomerada foi introduzido por Mandelbrot (1963) e afirma que “grandes mudanças tendem a ser seguidas por grandes mudanças e pequenas mudanças tendem a ser seguidas por pequenas mudanças”. O modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic*) é apropriado para modelar processos com esse fenômeno (GARCIA et al., 2005; CONT, 2007) e será a técnica utilizada neste trabalho para prever preços de energia no mercado do dia seguinte.

A Figura 1 ilustra a diferença entre o *forecast* dos preços no mercado de dia-seguinte disponibilizados pelo operador PJM, os resultados da previsão utilizando o método GARCH e os preços reais.

É possível notar que a curva do modelo GARCH aproxima-se mais dos preços reais do que o *forecast* fornecido pelo operador de mercado. Assim, utilizar um modelo de previsão com maior acurácia do que a informação disponível a todos os participantes do mercado oferece à Genco uma vantagem competitiva no seu planejamento. Por essa razão, será o método utilizado.

2.4 Gestão de Riscos

Em um modelo de programação com variáveis estocásticas, o lucro ou retorno é uma variável randômica que pode ser caracterizada por uma distribuição de probabilidade. A seleção de portfólios ótimos depende em grande parte do quão apropriada é a medida de risco utilizada. A escolha de uma medida adequada pode ser, porém, uma decisão extremamente complexa e subjetiva, pois cada participante do mercado tem a sua própria

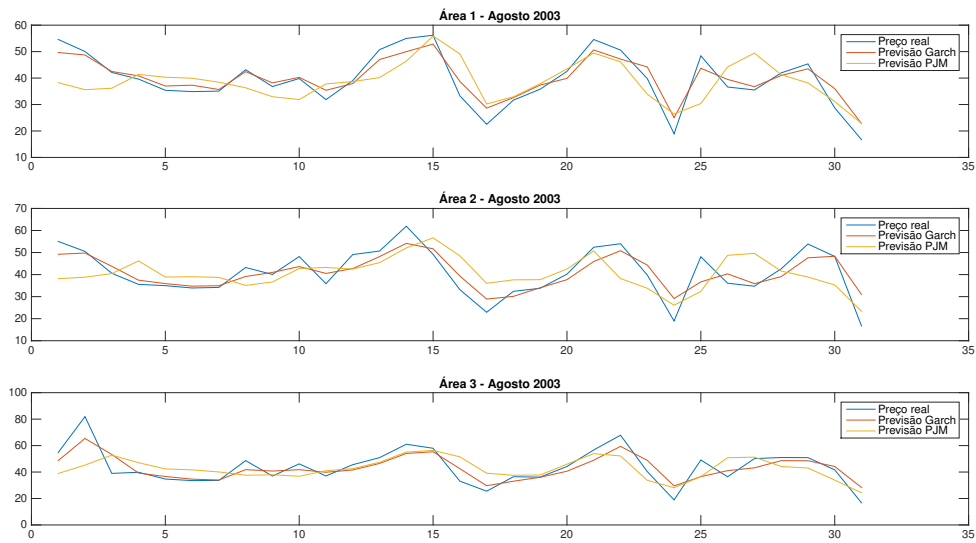


Figura 1 – Preços médio: tempo real, *forecast* PJM, previsão por meio do GARCH

percepção do que é risco. Além disso, dificilmente um único valor é capaz de descrever com exatidão o comportamento de determinada variável. Ainda assim, a busca por números que possam descrever o comportamento de ativos e o risco a que um portfólio está exposto continua sendo um assunto muito debatido.

Ainda hoje, medidas como a variância, percentis e *Value-at-Risk* continuam sendo bastante utilizadas por investidores. Apesar do limitado escopo conceitual, a simplicidade do cálculo ainda faz com que essas medidas sejam bastante populares.

Um grande passo na definição apropriada de índices de risco se deu quando Artzner et al. (1999) propôs uma lista de propriedades desejáveis para qualquer medida de risco, o que deu origem ao conceito de medidas coerentes e incoerentes de risco. Esses conceitos serão discutidos na subseção 2.4.1. As seções seguintes apresentarão uma descrição mais detalhada de duas medidas de risco relevantes para o presente trabalho: *Value-at-Risk* (VaR) e *Conditional Value-at-Risk* (CVaR)

2.4.1 Medidas coerentes de risco

Para uma determinação mais formal do que é uma medida de risco coerente, assumamos que S é um conjunto de números aleatórios e que $X, Y \in S$ são variáveis aleatórias, que podem representar o risco e o retorno de um investimento. Como visto em Szego (2002) e em Artzner et al. (1999), qualquer medida satisfatória de risco $\rho : X \rightarrow \mathbb{R}$ deve satisfazer aos seguintes axiomas:

- i. **Subaditividade:** Se $X, Y \in S$ e $X \leq Y$, então $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.

Essa propriedade garante que a diversificação não cria riscos adicionais, ou seja, o risco máximo de um portfólio é limitado pela soma dos riscos dos ativos individuais que o compõem.

- ii. **Homogeneidade Positiva:** Se $\lambda \in \mathbb{R}$ e $X \in S$, então $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$.

Por essa propriedade, o risco do portfólio é maior à medida que o tamanho do portfólio aumenta. Isso também reflete o fato de que não há o benefício da diversificação ao se investir múltiplos de um mesmo portfólio.

Para ser considerada uma medida de risco coerente, ρ também deverá satisfazer às seguintes propriedades:

- i. **Monotonicidade:** Se $X, Y \in S$ e $X \leq Y$, então $\rho(X) \leq \rho(Y)$.

Essa propriedade representa o fato de que, caso um portfólio tenha sempre riscos maiores que outro portfólio, a medida de risco do primeiro deverá ser sempre maior do que a do segundo.

- ii. **Invariância de transação:** Se $X \in S$ e $r \in \mathbb{R}$, então $\rho(X + r) = \rho(X) - r$.

Para um portfólio, isto significa que ao adicionar um ativo sem risco ao conjunto de investimentos, o risco do portfólio completo deve diminuir.

2.4.2 Medidas de risco

2.4.2.1 Value-at-Risk

A medida *Value-at-Risk* (VaR) foi popularizada na década de 80 pela JP Morgan e, por sua simplicidade, ainda é utilizada como uma medida padrão em muitas instituições financeiras. Tradicionalmente, VaR é definido como a perda mínima para um determinado nível de confiança em um determinado horizonte de tempo.

Por exemplo, suponha que o VaR de um portfólio, no período de um dia e com nível de confiança de 0.99, seja de 1000 reais. Isto significa que, no período de um dia, o portfólio pode perder mais de 1000 reais com probabilidade de 1%.

No presente trabalho, será usada uma definição ligeiramente diferente da que foi apresentada por Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002). Como em Pousinho et al. (2013) e em Shahidehpour, Yamin e Li (2002), será considerado que o VaR é o retorno correspondente a um determinado nível de confiança. Considerando essa definição, o VaR pode ser calculado pela seguinte equação:

$$VaR_\beta = \text{Max}\{\zeta \in \mathbb{R} : P\{B \leq \zeta\} \leq 1 - \beta\} \quad (2.1)$$

Onde B representa o lucro do portfólio, $\zeta \in \mathbb{R}$ e $\beta \in [0, 1]$ é o nível de confiança.

Apesar de ainda ser bastante popular no mundo financeiro, especialmente devido à sua simplicidade, o VaR tem algumas propriedades matemáticas indesejáveis para modelos mais robustos. Uma discussão mais extensa sobre o assunto pode ser encontrada em Artzner et al. (1999), Uryasev (2000) e Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002). Entre as principais desvantagens na utilização do modelo VaR, pode-se citar:

- Assume que comportamentos históricos se repetirão no futuro. Isso não leva em consideração a possibilidade de valores extremos que não foram observados no passado.
- As observações do modelo são tratadas como independentes e identicamente distribuídas, o que nem sempre é realista. Correlações, aglomerações e outras características dos retornos devem ser levadas em consideração para que a medida seja mais acurada.
- Em geral, o VaR não satisfaz à propriedade de subaditividade e não é convexo. Isso significa que a diversificação pode aumentar o VaR de um portfólio.
- O VaR não fornece informações sobre a magnitude dos valores abaixo (ou acima) do VaR. Assim, não é possível mensurar o impacto de *outliers*.

Um dos principais problemas na utilização do VaR é o fato de este não ser uma métrica coerente¹ para todos os casos em que é empregado. Entretanto, a partir do conceito do VaR uma nova medida de risco que satisfaça aos axiomas de coerência foi definida. A próxima seção apresentará os conceitos-chave na definição desta medida.

2.4.2.2 Conditional Value-at-Risk

Conditional Value-at-Risk (CVaR) é uma medida de risco apresentada por Rockafellar e Uryasev (2000) que mede o valor médio da perda associada a um portfólio para um determinado nível de confiança. Considerando o cálculo do VaR apresentado na subseção 2.4.2.1, o CVaR será definido como o retorno esperado não ultrapassando um determinado VaR. A Figura 2 ilustra a relação gráfica entre o VaR e o CVaR considerados neste trabalho.

Matematicamente, esta ideia pode ser representada pela equação a seguir:

$$CVaR_{\beta} = E[B \mid B < VaR_{\beta}] \quad (2.2)$$

Onde B representa o retorno esperado do portfólio e VaR_{β} é o VaR calculado com nível de confiança β e E representa o operador de valor esperado.

¹ Para funções que possuam uma distribuição normal multivariada, o VaR é uma medida coerente (ARTZNER et al., 1999; URYASEV, 2000).

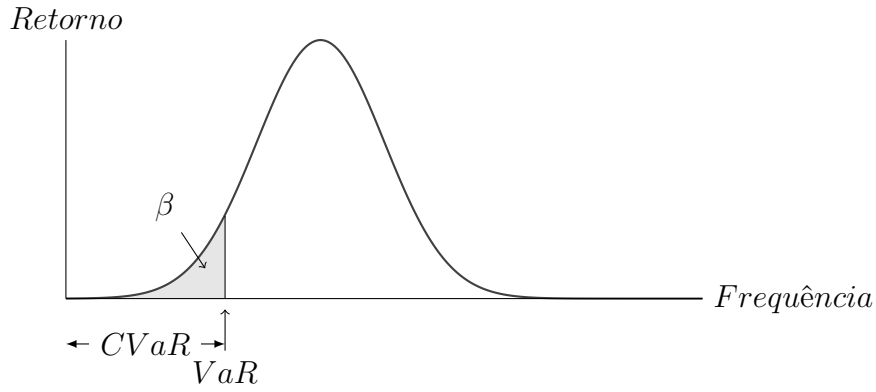


Figura 2 – Representação gráfica do CVaR e do VaR

Uma consequência da definição utilizada é que valores maiores de CVaR indicam um investidor mais conservador, enquanto valores mais baixos de CVaR (possivelmente até negativos) estão associados a maiores níveis de risco.

Dentre as principais vantagens de utilizar o CVaR como medida de risco é o fato de o mesmo satisfazer aos axiomas de coerência apresentados por Artzner et al. (1999). Além disso, modelos que permitem a otimização do CVaR, e de modo simultâneo a determinação do VaR, já estão bem difundidos na literatura científica (URYASEV, 2000; KROKHMAL; PALMQUIST; URYASEV, 2002), em especial na análise de sistemas de eletricidade. A representação discreta do CVaR (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000) é fundamental para o modelo de otimização estocástica utilizado neste trabalho. Considerando a definição apresentada na Equação 2.2 e o modelo proposto por Pousinho et al. (2013), o CVaR será definido como:

$$CVaR_{\beta} = VaR_{\beta} - \frac{1}{1 - \beta} \sum_{\tau=1}^T \rho_{\tau} z_{\tau} \quad (2.3)$$

$$z_{\tau} = \begin{cases} B_{\tau}, & \text{if } B_{\tau} \leq VaR_{\beta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde B_{τ} é uma variável aleatória gerada por simulação de Monte Carlo e que representa um possível cenário para o retorno do portfólio, T é o número de cenários considerados na simulação de Monte Carlo e z_{τ} é uma variável auxiliar. ρ_{τ} representa a probabilidade de ocorrência de z_{τ} . Será considerado que $\rho_{\tau} = \frac{1}{T}$, já que a probabilidade de ocorrência de cada cenário é a mesma. Sob essa definição, valores maiores de CVaR representam um portfólio com menor risco esperado.

Uma etapa importante no método apresentado por Rockafellar e Uryasev (2000) é a correta simulação dos cenários. Neste trabalho, o método de simulação de Monte Carlo foi o escolhido para simular variáveis aleatórias correlacionadas. O método recebe valores

de média, covariância e número de cenários para gerar variáveis aleatórias com uma boa acurácia. Uma das desvantagens de utilizar o Método de Monte Carlo é que o valor do CVaR, e consequentemente o portfólio associado, variam com o número de amostras. Porém, esse efeito pode ser minimizado se o tamanho da amostra for suficientemente grande.

Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos chave para o desenvolvimento do modelo de otimização proposto. Foi apresentada uma breve descrição da organização do mercado de energia, bem como o papel de seus principais atores. O capítulo também trouxe uma breve discussão sobre conceitos relevantes da teoria de otimização de portfólios e como eles irão ser aplicados ao modelo em questão. Adicionalmente, foi apresentada uma análise da importância da previsão de preços no planejamento de ações no mercado de energia elétrica. Finalmente, foram discutidos conceitos importantes de gestão de riscos, bem como as características desejáveis de medidas apropriadas. Com base nisso, o Capítulo 3 apresenta o passo-a-passo para implementação do método.

3 Modelo Proposto

No mercado livre de energia empresas competem entre si em todos os elos da cadeia elétrica: distribuição, geração e transmissão. Além disso, o preço da energia elétrica é estocástico e gera incertezas que devem ser adequadamente gerenciadas. A alta volatilidade dos preços da energia elétrica está intrínsecamente ligada à volatilidade da demanda, que depende de fatores econômicos, climáticos e políticos, e ao fato de a energia não poder ser armazenada. Assim, uma apropriada gestão dos riscos é fundamental para que as empresas envolvidas possam maximizar seus retornos e minimizar o risco associado.

Neste trabalho, será considerado o caso de uma empresa geradora de energia que busca determinar a melhor estratégia de investimento fazendo uma análise no dia anterior ao período da transação. O objetivo da Genco é maximizar os seus benefícios (que podem representar lucro ou retorno) enquanto minimiza os riscos econômicos e financeiros e as ameaças à estabilidade do sistema.

Com base nos conceitos apresentados no Capítulo 2, elaborou-se um modelo de otimização para auxiliar as estratégias de investimento de empresas geradoras de energia termoeletrica. Serão consideradas apenas as transações no mercado físico de energia (contratos bilaterais e mercado *spot*). Uma hipótese fundamental do modelo é que Gencos podem vender e comprar qualquer quantidade de energia no mercado *spot* ou no mercado de contratos bilaterais.

Contratos bilaterais (*Bilateral Contracts* – BC) são acordos entre fornecedores e consumidores que definem duração, preço e ponto de distribuição de uma determinada quantidade de energia, situação ilustrada na Figura 3. Os contratos bilaterais são assinados com antecedência, ou seja, em um período anterior à entrega física; no curto, médio ou longo prazo.

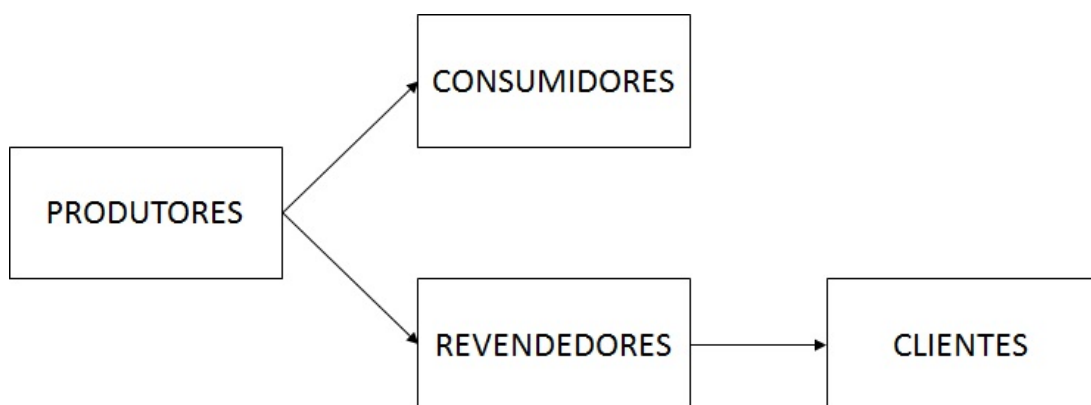


Figura 3 – Contratos bilaterais de eletricidade
Fonte: Adaptado de Conejo, Carrión e Morales.

Apesar de nem sempre serem imunes às incertezas do mercado, os contratos bilaterais são utilizados como forma de proteger as companhias geradoras da volatilidade do mercado *spot* de energia. Os investimentos no mercado *spot*, entretanto, são extremamente voláteis mas oferecem um alto retorno. Assim, é comum que empresas geradoras busquem compor um portfólio que inclua investimentos no mercado *spot* e no mercado de contratos para buscar um equilíbrio entre risco e retorno.

O modelo teórico aqui apresentado pode ser resumido em três macro-fases:

1. Inserção dos dados de entrada;
2. Cálculo dos retornos e propriedades estatísticas de cada investimento;
3. Geração dos cenários para os retornos;
4. Determinação da alocação ótima.

O modelo baseou-se no trabalho apresentado por Liu (2004), bem como nos modelos de otimização propostos por Pousinho et al. (2013) e Jifeng (2006). As principais inovações com relação aos modelos propostos anteriormente são:

- **Modelo dinâmico:** Será considerado que as informações do modelo se alteram a cada dia do período de planejamento.
- **Previsão de preços:** Serão consideradas as previsões dos preços spot, para aumentar a acurácia das decisões tomadas pela Genco. Apesar de o MO disponibilizar *forecasts* para os preços do dia-seguinte, a utilização de um método com maior precisão traz vantagens à Genco.
- **Conditional Value-at-Risk:** Liu (2004) utiliza a variância como medida de risco. Pelas razões apresentadas na subseção 2.4.2.2, será utilizada a medida de risco CVaR.

Nas próximas seções, será apresentado um modelo de otimização dinâmica e estocástica que objetiva auxiliar companhias geradoras de energia a tomarem decisões referentes ao seu portfólio de venda, de modo a maximizar os seus benefícios no mercado de curto prazo.

3.1 Dados de Entrada

O modelo se inicia com a inserção da base de dados dos preços horários para cada dia do período em consideração. Considerando que o decisor quer determinar a melhor estratégia de investimento para o dia t , a análise será realizada no dia anterior

(período $t - 1$). A base de dados de entrada deverá incluir os dados horários para os $M - 1$ dias anteriores ao período considerado. Para cada dia do período em análise, deverão ser calculados o retorno esperado, variâncias e covariâncias de cada um dos ativos considerados.

Considere que a Genco também deseja obter informações sobre os preços do mercado *spot* do dia seguinte ao dia do planejamento (período t). Neste caso, serão utilizados preços previstos segundo o método GARCH. A previsão fornece preços e covariâncias que serão utilizados no modelo de otimização.

3.2 Propriedades estatísticas de cada investimento

Considere uma Genco localizada na área 1 que deverá entregar energia para um consumidor localizado em uma área i . Três tipos de transações são possíveis:

1. Contratos bilaterais locais ($i = 1$): são os contratos assinados com consumidores na área 1. As transações bilaterais com consumidores locais é uma transação sem risco.
2. Contratos bilaterais não locais ($i \neq 1$): São os contratos bilaterais assinados com consumidores localizados em outras zonas. Neste modelo, será considerado o risco de congestionamento, que adiciona uma incerteza ao retorno dos contratos bilaterais inter-zonais. Assim, transações bilaterais com consumidores não locais são transações de risco.
3. Mercado à vista de energia: São as transações comercializadas no mercado atacadista de energia elétrica. Devido à instabilidade dos preços de energia, também são consideradas transações de risco.

Em geral, a taxa de retorno de cada ativo é dada por:

$$Taxa\ de\ retorno = \frac{Receita - Custos}{Custos} \quad (3.1)$$

O custo de produção para cada intervalo é dado por:

$$c(p_k, t, \lambda_k^F) = (a + b \cdot p_k + c \cdot (p_k)^2) \cdot t \cdot \lambda_k^F \quad (3.2)$$

Onde p_k representa a produção dos geradores de energia no período k , λ_k^F representa o preço do combustível fóssil no período k e a , b e c são parâmetros relacionados ao consumo de energia nos geradores. A seguir, serão descritas as equações para calcular as taxas de retorno de cada ativo.

Como em Liu (2004), assumir-se-à que a Genco tem uma curva de custo quadrática, que o preço dos combustíveis fósseis é constante durante o período em análise e que os preços da energia nos contratos bilaterais são determinísticos.

3.2.1 Contratos bilaterais locais

Quando a Genco vende toda a energia disponível por meio de contratos bilaterais, o retorno correspondente pode ser obtido através da seguinte equação:

$$r_B = \frac{\sum_{k=1}^M p_k \lambda_{1,k}^B - \sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F}{\sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F} \quad (3.3)$$

Onde p_k representa a produção dos geradores de energia no período k , M representa o número de dias no período considerado, $\lambda_{1,k}^B$ indica o preço do contrato bilateral acordado com clientes da área 1 no período k e λ_k^F representa o preço dos combustíveis fósseis no período k .

Como em Liu (2004), assume-se que quando o decisor determina sua estratégia de investimento o preço do contrato bilateral é certo. Além disso, por ser um contrato assinado com clientes da área em que se encontra a companhia de geração de energia, serão desconsiderados os riscos de congestionamento. Assim, $E(r_B(t)) = r_B$ e $\sigma_B = 0$. Portanto, negociações bilaterais com clientes locais serão ativos sem risco.

3.2.2 Contratos bilaterais não-locais

Contratos bilaterais assinados com zonas diferentes expõem a Genco a diferentes riscos. Uma das principais fontes de incerteza em transações bilaterais inter-zonais é o congestionamento nas linhas de transmissão.

Para modelar essa incerteza, consideraremos que a Genco deverá pagar taxas de congestionamento sempre que a energia não atingir determinado local na rede elétrica que deveria ser atendida. Como os preços e energia envolvidas no congestionamento são incertos, devido em grande parte à volatilidade da demanda e do fornecimento, contratos bilaterais inter-zonais serão tratados como transações de risco.

A taxa de congestionamento é o produto entre a diferença dos preços da energia no mercado atacadista para cada área e as quantidades de energia transmitidas (LIU, 2004). O retorno das transações bilaterais negociadas com clientes localizados na área i

será dado por:

$$r_{i,t} = \frac{\sum_{k=1}^M p_k \left[\lambda_{i,k}^B - \left(\lambda_{i,k}^S - \lambda_{1,k}^S \right) \right] - \sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F}{\sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F} \quad (3.4)$$

Onde $\lambda_{i,k}^B$ representa o preço do contrato bilateral negociado com clientes da área i , $\lambda_{i,k}^S$ e $\lambda_{1,k}^S$ representam o preço da energia negociada no mercado *spot*.

O retorno $r_{i,t}$ deverá ser obtido para cada dia no intervalo considerado. Assim, dever-se-á obter a esperança e a variância para os retornos acima calculados.

Considere que K é uma constante relacionada ao custo de produção da Genco e dada por:

$$K = \frac{1}{\sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F} \quad (3.5)$$

O valor esperado do retorno de contratos bilaterais não locais é dado por:

$$\bar{r}_{i,t} = K \cdot \sum_{k=1}^M p_k t \left[\lambda_{i,k}^B - \left(\bar{\lambda}_{i,k}^S - \bar{\lambda}_{1,k}^S \right) \right] - 1 \quad (3.6)$$

Onde $\bar{\lambda}_{i,k}^S$ e $\bar{\lambda}_{1,k}^S$ representam as médias no preço da energia comercializada no mercado atacadista para as áreas 1 e i , obtidas na seção 3.1.

A variância do ativo para o período considerado é dada por:

$$\sigma_{i,t} = K^2 \cdot \sum_{k=1}^M (p_k)^2 \left[Var \left(\lambda_{1,k}^S \right) + Var \left(\lambda_{i,k}^S \right) - 2 \cdot Cov \left(\lambda_{1,k}^S, \lambda_{i,k}^S \right) \right] \quad (3.7)$$

3.2.3 Mercado *spot*

Investimentos no mercado à vista (mercado *spot*) de energia elétrica oferecem um alto retorno esperado, mas estão sujeitos a maiores incertezas do que contratos bilaterais. Estas se devem, em grande parte, à alta volatilidade dos preços da energia no mercado à vista de energia. A partir da equação descrita em 3.1 e considerando que a Genco venda toda sua energia no mercado atacadista de energia elétrica, o retorno pode ser obtido por:

$$r_{S,t} = \frac{\sum_{k=1}^M \lambda_{1,k}^S p_k - \sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F}{\sum_{k=1}^M (a + bp_k + cp_k^2) \lambda_k^F} \quad (3.8)$$

O valor esperado do retorno acima definido é dado por:

$$\bar{r}_{S,t} = K \cdot \sum_{k=1}^M p_k \cdot \bar{\lambda}_{1,k}^S - 1 \quad (3.9)$$

A variância do retorno das transações no mercado atacadista de energia é dada por:

$$\sigma_{S,t} = K^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^M (p_k)^2 Var(\lambda_{i,k}^S) \right] \quad (3.10)$$

3.2.4 Covariâncias

Para que o modelo ofereça resultados com maior acurácia, é necessário levar em consideração como cada ativo interage entre si. Dessa forma, pode-se obter um portfólio com maior retorno e menor risco do que caso essas interações não fossem levadas em consideração (LIU, 2004). A seguir, serão apresentadas as fórmulas que possibilitam estimar a covariância entre diferentes ativos.

1. Covariância entre contratos bilaterais de risco

$$\sigma_{ij,t} = K^2 \cdot \sum_{k=1}^M (p_k t)^2 \left[Var(\lambda_{1,k}^S) - Cov(\lambda_{1,k}^S, \lambda_{i,k}^S) - Cov(\lambda_{1,k}^S, \lambda_{j,k}^S) + Cov(\lambda_{i,k}^S, \lambda_{j,k}^S) \right] \quad (3.11)$$

2. Covariância entre contratos bilaterais de risco e investimentos no mercado atacadista de energia

$$\sigma_{1j,t} = K^2 \cdot \sum_{k=1}^M (p_k t)^2 \left[Var(\lambda_{1,k}^S) - Cov(\lambda_{1,k}^S, \lambda_{i,k}^S) \right] \quad (3.12)$$

3.3 Geração de Cenários

O modelo de otimização descrito em Rockafellar e Uryasev (2000) é uma aproximação que possibilita calcular e otimizar o CVaR de um portfólio a partir de um modelo de programação linear estocástica. Para isso, a partir dos parâmetros obtidos na seção 3.2, deverão ser gerados cenários para os retornos dos ativos considerados. No presente trabalho, o método de simulação utilizado foi a simulação de Monte Carlo.

3.4 Determinação da alocação ótima

O objetivo da Genco é alocar energia de forma ótima em diferentes investimentos para maximizar os seus benefícios. Isso pode ser alcançado por meio da utilização de uma função de utilidade, com o CVaR como a métrica de risco. Na presente abordagem, à

luz do modelo apresentado por Pousinho et al. (2013), o portfólio ótimo pode ser obtido resolvendo-se o problema de programação estocástica descrito a seguir:

$$\begin{aligned}
& \underset{\omega_B, \omega_i, \zeta, z_\tau}{\text{Maximizar}} && r_B \omega_B + \sum_{i=1}^N \bar{r}_i \omega_i + \alpha \left[\zeta - \frac{1}{1-\beta} \sum_{\tau=1}^T \rho_\tau z_\tau \right] \\
& \text{sujeito a} && -r_B \omega_B - \sum_{i=1}^N r_{i,\tau} \omega_i + \zeta - z_\tau \leq 0, \quad \tau = 1, 2, \dots, T \\
& && z_\tau \geq 0 \\
& && \omega_B + \sum_{i=1}^n \omega_i = 1
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Onde $r_{i,\tau}$ são variáveis aleatórias geradas por simulação de Monte Carlo e que representam o retorno esperado da i -ésima transação e ζ representa o VaR do portfólio. O nível de aversão ao risco do investidor é representado por $\alpha \in [0, \infty[$. Um baixo valor de α indica que o investidor está disposto a se expor a um maior risco por um maior retorno esperado. Altos valores de α indicam que o investidor tem um perfil mais conservador e a penalidade do risco na função utilidade é maior.

3.5 Otimizar todo o período do planejamento

O modelo de otimização supracitado deverá ser aplicado a todos os dias do período de planejamento considerado, aqui expresso por M . O valor de M dependerá do objetivo do tomador de decisão e das informações disponíveis. As informações de entrada deverão ser atualizadas com as novas informações de preço e novos *forecasts* para os preços da energia elétrica no mercado de dia-seguinte.

Conclusão

Este capítulo discutiu com maiores detalhes a estrutura básica do modelo de otimização sugerido, bem como suas principais hipóteses. A seguir, no Capítulo 4, será apresentado um estudo de caso com o mercado norte-americano *PJM Interconnection*. Também será realizada uma análise de sensibilidade dos principais parâmetros do modelo.

4 Estudo de Caso

Neste capítulo, será discutido um estudo de caso com base em dados do mercado de energia elétrica norte-americano, *PJM Interconnection*. A seção 4.1 apresenta alguns conceitos introdutórios, bem como uma breve descrição do mercado de energia elétrica PJM. A seção 4.2 apresenta os parâmetros utilizados no modelo de otimização. A seção 4.3 apresenta uma análise dos resultados obtidos após a implementação do modelo proposto.

4.1 Considerações Iniciais

Para analisar os resultados do modelo proposto, um estudo de caso foi realizado considerando dados históricos do mercado atacadista de energia elétrica estadunidense *PJM Interchange Energy Market*. A base de dados utilizada no estudo de caso encontra-se disponível na página online do PJM Interconnection (2015). Em específico, o estudo de caso considera os dados de Julho e Agosto de 2003.

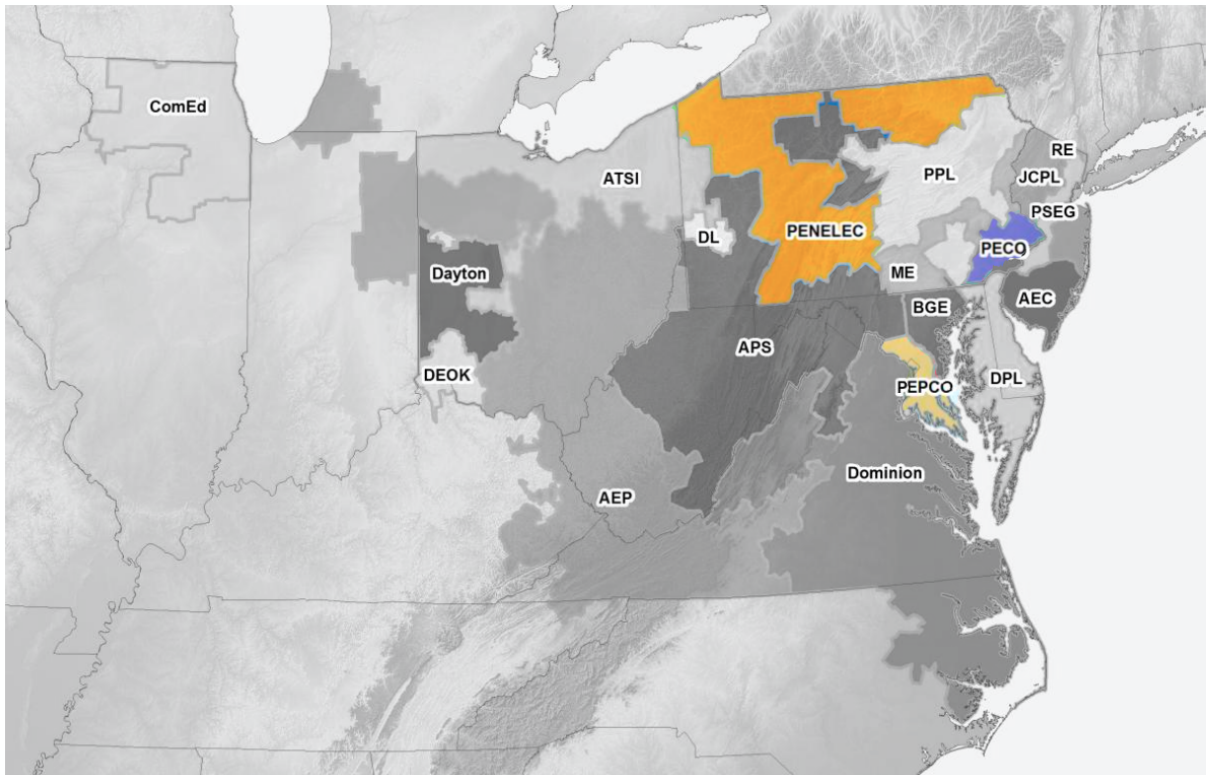


Figura 4 – Área atendida pelo mercado PJM
 Fonte: Adaptado de Federal Energy Regulatory Commission (2016)

A *Pennsylvania-Jersey-Maryland Interconnection* (PJM) controla um dos maiores

mercados atacadista de energia do mundo. Foi fundada em 1927, atendendo apenas três regiões. Hoje, supervisiona a operação e o funcionamento do mercado de eletricidade em 14 regiões: Delaware, Indiana, Illinois, Kentucky, Maryland, Michigan, New Jersey, North Carolina, Ohio, Pennsylvania, Tennessee, Virginia, West Virginia e Washington DC (Federal Energy Regulatory Commission, 2016). É responsável por operar o mercado atacadista de eletricidade e por gerenciar a confiabilidade da rede de transmissão nas áreas citadas. A Figura 4 ilustra as regiões atendidas pelo mercado PJM de energia, com destaque para as áreas que são foco deste trabalho.

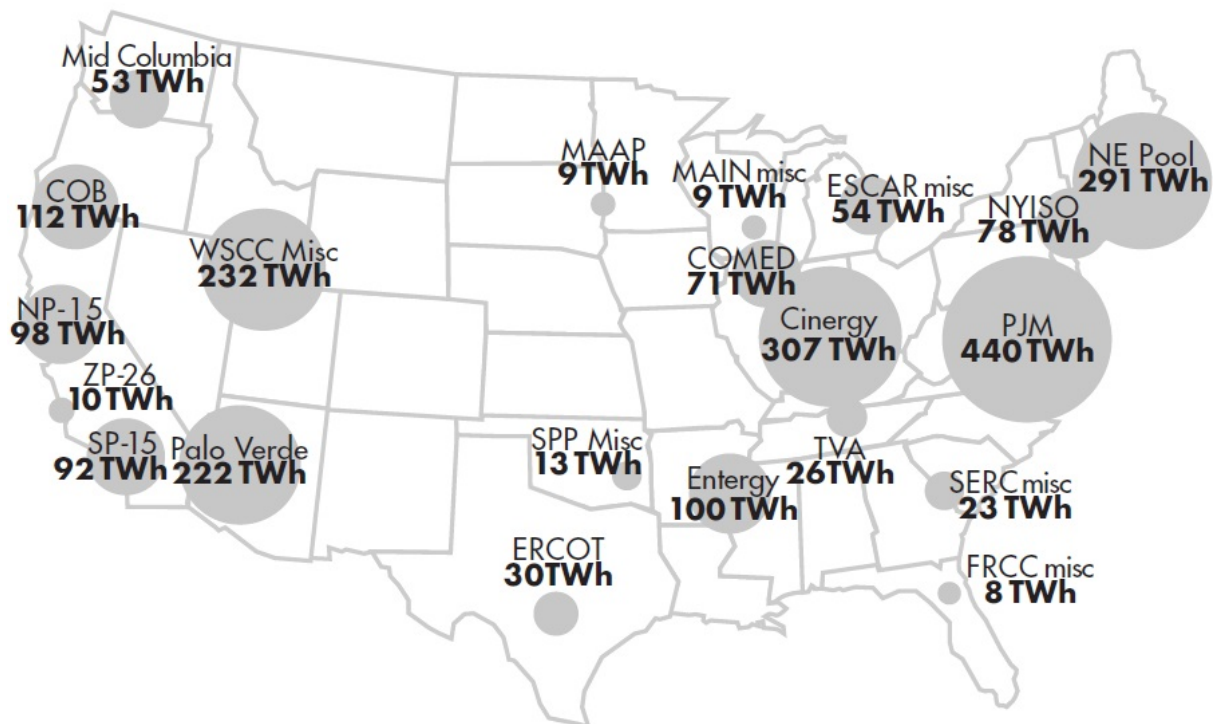


Figura 5 – Mercados americanos de energia elétrica e volumes negociados

Fonte: Adaptado de Hunt (2002).

Três áreas foram consideradas na análise: PENELEC, PEPCO e PECO. Assume-se que a Genco está localizada na região PENELEC (área 1). Considera-se que a Genco pode diversificar o seu portfólio combinando as quatro transações a seguir:

1. Transações no mercado *spot* local;
2. Transações bilaterais com clientes locais;
3. Transações bilaterais não locais com clientes na área 2 (PEPCO);
4. Transações bilaterais não locais com clientes na área 3 (PECO).

Em cada iteração do modelo, todas as sete possíveis combinações entre o mercado de contratos e o mercado *spot* foram consideradas. A Tabela 1 apresenta todas as combinações consideradas.

Tabela 1 – Combinações possíveis na definição do portfólio

	Spot	Area 1	Area 2	Area 3
Caso 1	X	X		
Caso 2	X		X	
Caso 3	X			X
Caso 4	X	X	X	
Caso 5	X	X		X
Caso 6	X		X	X
Caso 7	X	X	X	X

4.2 Hipóteses e parâmetros iniciais

Antes de implementar o método sugerido, é preciso definir os parâmetros iniciais do modelo. Na otimização, o preço da energia negociada por meio de contratos bilaterais é considerado constante para todo o período do planejamento. Além disso, os parâmetros da curva de custo também são assumidos constantes. A Tabela 2 apresenta os parâmetros de entrada considerados no modelo de otimização.

Tabela 2 – Parâmetros da Otimização

Variável	Valor	Unidade
$\lambda_{1,k}^B$	34	USD/MWh
$\lambda_{2,k}^B$	35.7	
$\lambda_{3,k}^B$	37	
λ_k^F	3	USD/Mbtu
a	590.72	USD/MWh
b	2.4435	MBTu/hour
c	0.00906	MBtu/MWh
p_k	250	MBtu/MW ² h
M	31	dias
t	24	horas

O Apêndice A apresenta as médias de preços diários utilizadas no modelo. O Apêndice B contém as previsões de preços obtidas segundo o modelo GARCH e que foram consideradas no modelo de transação.

A otimização foi implementada em um OS X Yosemite com processador Intelcore i7 2.9 GHz e 8GB de memória RAM. O software utilizado nas simulações foi o MATLAB R2014b. O código utilizado pode ser encontrado no Apêndice C.

4.3 Resultados e Discussão

A seguir, serão apresentados os resultados obtidos com a implementação do modelo e uma análise de sensibilidade da resposta do modelo a mudanças em parâmetros relevantes: a quantidade de cenários simulados, o nível de confiança e o coeficiente de aversão ao risco. Os assuntos são tratados, respectivamente, na subseção 4.3.1, subseção 4.3.2 e subseção 4.3.3.

4.3.1 Impacto do número de cenários simulados

Para avaliar o impacto do número de cenários simulados, considerou-se três valores de T : 1000, 5000 e 10000. O modelo foi rodado considerando $\beta = 0.99$ e $\alpha = 0.14$. A Tabela 3 apresenta os resultados encontrados.

Tabela 3 – Alocação média – Impacto do número de cenários

Casos	T	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio
Caso 1	1000	2%	98%	–	–	0.6874	0.5564
Caso 1	5000	6%	94%	–	–	0.6877	0.4655
Caso 1	10000	4%	96%	–	–	0.6875	0.5108
Caso 2	1000	39%	–	61%	–	0.5204	-1.1482
Caso 2	5000	39%	–	61%	–	0.5234	-1.1436
Caso 2	10000	39%	–	61%	–	0.5211	-1.1541
Caso 3	1000	43%	–	–	57%	0.5134	-1.4014
Caso 3	5000	42%	–	–	58%	0.5082	-1.4220
Caso 3	10000	42%	–	–	58%	0.5073	-1.4321
Caso 4	1000	37%	15%	48%	–	0.5899	-0.6860
Caso 4	5000	37%	16%	48%	–	0.5870	-0.6975
Caso 4	10000	37%	16%	48%	–	0.5867	-0.7019
Caso 5	1000	39%	18%	–	44%	0.5848	-0.8288
Caso 5	5000	38%	18%	–	44%	0.5820	-0.8471
Caso 5	10000	38%	18%	–	44%	0.5801	-0.8523
Caso 6	1000	36%	–	35%	29%	0.5794	-0.8000
Caso 6	5000	36%	–	36%	28%	0.5792	-0.7871
Caso 6	10000	36%	–	35%	29%	0.5795	-0.7917
Caso 7	1000	34%	14%	34%	18%	0.6214	-0.4567
Caso 7	5000	34%	14%	34%	18%	0.6210	-0.4562
Caso 7	10000	34%	14%	33%	18%	0.6215	-0.4586

Pode-se notar que o valor médio do portfólio alocado ao mercado spot *spot* não se altera significativamente para cada caso, considerando os valores de β e α utilizados. Apesar disso, ao aumentar o número de cenários simulados, o resultado converge para uma solução ótima. Porém, o tomador de decisão deve levar em consideração que maiores valores de T podem requerer uma maior capacidade computacional. Deverá, então, buscar um valor de T que convirja para a solução ótima sem demandar muito tempo. A Figura 6

ilustra os resultados obtidos após a implementação do modelo para os 31 dias considerados na simulação, com $\beta = 0.99$ e $\alpha = 0.14$.

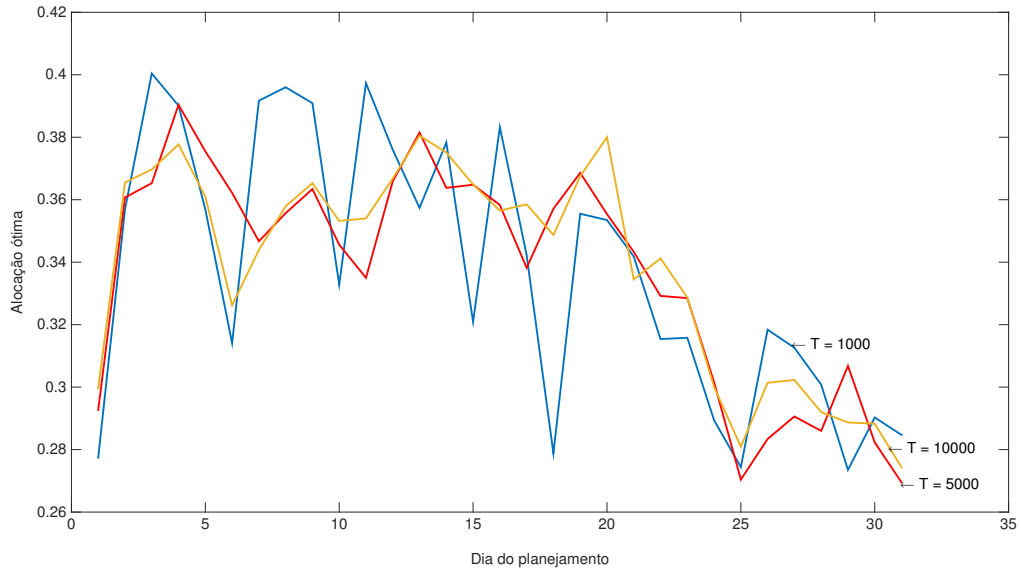


Figura 6 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do número de cenários

Graficamente, é possível notar que os resultados obtidos para $T = 1000$ divergem consideravelmente dos resultados para $T = 5000$ e $T = 10000$. Também se pode perceber que, conforme o valor de T aumenta, os resultados obtidos para as alocações ótimas se tornam mais estáveis e tendem a convergir para um valor.

4.3.2 Impacto do nível de confiança

Para analisar o impacto do nível de confiança no portfólio resultante, considerou-se uma amostra com $T = 10000$ e índice de aversão ao risco $\alpha = 0.14$. O modelo foi então testado com três valores diferentes de β : 0.9, 0.95 e 0.99, como visto em Krokmal, Palmquist e Uryasev (2002), Artzner et al. (1999), Uryasev (2000), Rockafellar e Uryasev (2000), Bertsimas, Laureate e Samarov (2004). A Tabela 4 apresenta um sumário dos resultados obtidos.

É possível notar que há diferenças significativas na proporção alocada ao mercado spot a depender do nível de confiança considerado. Isso acontece pois maiores valores de β levam em consideração um maior número de valores extremos. Por serem os retornos *spot* consideravelmente mais voláteis do que o retorno no mercado de contratos, não é inesperado que valores maiores de β levem a resultados que diminuam consideravelmente o valor do portfólio aplicado ao mercado *spot*. A Figura 7 apresenta os resultados da simulação do caso 7 para os níveis de β supracitados, com $T = 10000$ e $\alpha = 0.14$.

Tabela 4 – Alocação média – Impacto do nível de confiança

Casos	β	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio
Caso 1	0.9	96%	4%	—	—	0.7616	-0.7690
Caso 1	0.95	53%	47%	—	—	0.7123	-0.2634
Caso 1	0.99	4%	96%	—	—	0.6875	0.5109
Caso 2	0.9	96%	—	4%	—	0.7619	-0.7537
Caso 2	0.95	68%	—	32%	—	0.6884	-0.6443
Caso 2	0.99	39%	—	61%	—	0.5216	-1.1486
Caso 3	0.9	97%	—	—	3%	0.7614	-0.7781
Caso 3	0.95	66%	—	—	34%	0.6959	-0.5875
Caso 3	0.99	42%	—	—	58%	0.5096	-1.4185
Caso 4	0.9	91%	5%	4%	—	0.7637	-0.6656
Caso 4	0.95	65%	15%	20%	—	0.7048	-0.5350
Caso 4	0.99	37%	16%	48%	—	0.5879	-0.6951
Caso 5	0.9	93%	6%	—	1%	0.7629	-0.7029
Caso 5	0.95	63%	14%	—	23%	0.7065	-0.4786
Caso 5	0.99	38%	18%	—	44%	0.5823	-0.8427
Caso 6	0.9	93%	—	4%	2%	0.7628	-0.7092
Caso 6	0.95	62%	—	15%	23%	0.7044	-0.4966
Caso 6	0.99	36%	—	35%	28%	0.5793	-0.7929
Caso 7	0.9	93%	2%	4%	1%	0.7627	-0.6956
Caso 7	0.95	60%	9%	13%	18%	0.7096	-0.4277
Caso 7	0.99	34%	14%	34%	18%	0.6213	-0.4572

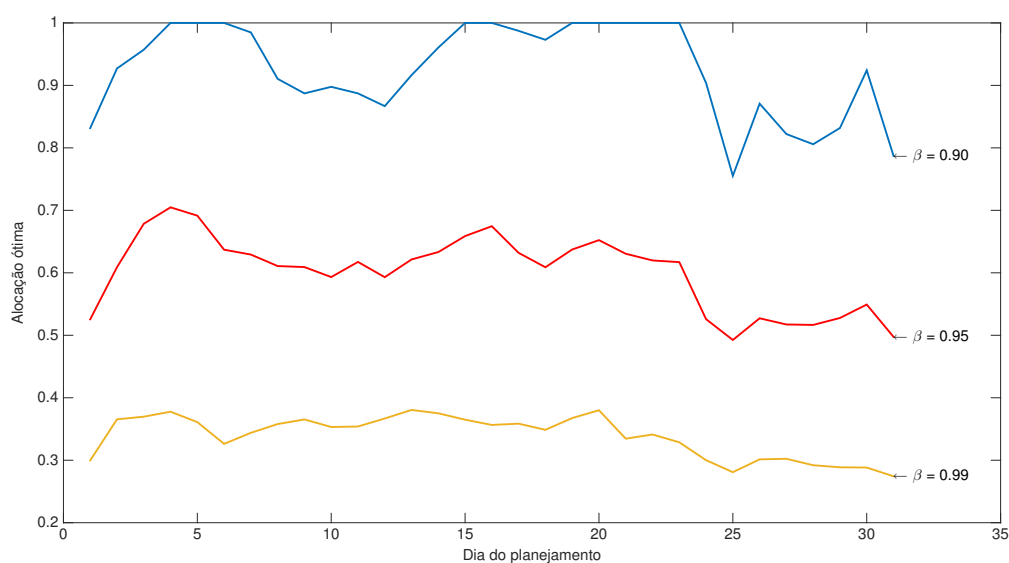


Figura 7 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do nível de confiança

É possível perceber que para todos os dias do período em questão, valores mais altos de β resultam em um menor percentual do portfólio alocado a ativos *spot*.

4.3.3 Impacto do índice de aversão ao risco

O valor do coeficiente de aversão ao risco representa o grau de penalização do risco na função utilidade otimizada, isto é, indica o grau de conservadorismo da abordagem. Valores altos de α estão relacionados à uma abordagem mais conservadora enquanto valores baixos de α estão relacionados à uma abordagem mais ousada.

Para analisar o impacto do nível de aversão ao risco no modelo de otimização proposto, o método foi implementado para uma amostra com $T = 10000$ e nível de confiança $\beta = 0.99$. Três níveis de aversão ao risco foram considerados: 0.08, 0.11 e 0.14. Esses valores foram determinados com base no proposto por Liu (2004), Pousinho et al. (2013), Jifeng (2006). A Tabela 5 apresenta um sumário dos resultados obtidos.

Tabela 5 – Alocação média – Impacto do índice de aversão ao risco

Casos	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio
Caso 1	0.08	36%	64%	–	–	0.6850	-0.2133
Caso 1	0.11	28%	72%	–	–	0.6812	-0.0110
Caso 1	0.14	4%	96%	–	–	0.6875	0.5108
Caso 2	0.08	45%	–	55%	–	0.5942	-1.3316
Caso 2	0.11	41%	–	59%	–	0.5576	-1.1980
Caso 2	0.14	39%	–	61%	–	0.5211	-1.1541
Caso 3	0.08	47%	–	–	53%	0.5945	-1.5811
Caso 3	0.11	44%	–	–	56%	0.5509	-1.4720
Caso 3	0.14	42%	–	–	58%	0.5073	-1.4321
Caso 4	0.08	43%	15%	42%	–	0.6338	-0.8884
Caso 4	0.11	39%	16%	45%	–	0.6079	-0.7764
Caso 4	0.14	37%	16%	48%	–	0.5867	-0.7019
Caso 5	0.08	43%	17%	–	40%	0.6360	-0.9902
Caso 5	0.11	40%	17%	–	43%	0.6069	-0.8952
Caso 5	0.14	38%	18%	–	44%	0.5801	-0.8523
Caso 6	0.08	42%	–	29%	29%	0.6313	-0.9810
Caso 6	0.11	38%	–	33%	29%	0.6045	-0.8452
Caso 6	0.14	36%	–	35%	29%	0.5795	-0.7917
Caso 7	0.08	40%	13%	27%	20%	0.6535	-0.6604
Caso 7	0.11	36%	14%	31%	19%	0.6353	-0.5270
Caso 7	0.14	34%	14%	33%	18%	0.6215	-0.4586

Os resultados obtidos vão de encontro ao que era esperado. À medida que o nível de aversão ao risco aumenta, o percentual do portfólio alocado no mercado de ações diminui. Isso significa que, à medida que o investidor se torna mais avesso ao risco, dá-se preferência a investimentos mais conservadores. A Figura 8 apresenta os resultados da simulação obtidos considerando os valores de α acima citados, com $\beta = 0.99$ e $T = 10000$.

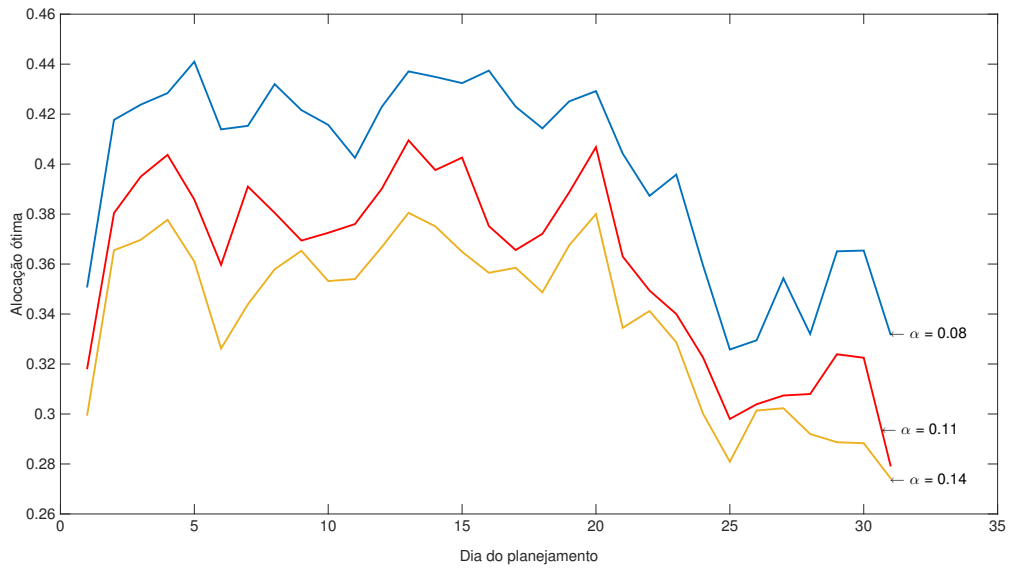


Figura 8 – Percentual alocado ao mercado spot para o Caso 7 - Impacto do coeficiente de aversão ao risco

Percebe-se que, similarmente ao que foi exposto na subseção 4.3.2, para todos os dias do período de simulação considerado, valores maiores de α implicavam em um menor valor alocado ao ativo do mercado *spot*.

Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados os resultados obtidos a partir da simulação do modelo, considerando dados do mercado PJM de energia. Foram analisadas diversas combinações de nível de confiança, tamanho da amostra e coeficiente de aversão ao risco. Os resultados obtidos sugerem que o percentual aplicado ao mercado de energia *spot* é bastante sensível com relação ao valor de β considerado. A influência de α no percentual aplicado no mercado spot, apesar de um pouco menos expressiva, também fica evidente ao analisar graficamente os resultados obtidos. O impacto de T no valor aplicado ao mercado spot é um pouco menos significativo. Porém, para valores maiores de T , o portfólio ótimo tende a convergir para a curva com maior número de cenários simulados. Os resultados encontrados vão de encontro aos resultados discutidos na literatura, sugerindo que o modelo foi implementado corretamente e pode ser bastante útil para auxiliar as empresas geradoras de energia a gerenciarem seu portfólio de venda no curto prazo.

5 Considerações finais

Este trabalho apresentou um modelo dinâmico de otimização estocástica para auxiliar companhias geradoras de energia na tomada de decisão sobre a configuração do portfólio de venda de energia no planejamento de curto prazo. A medida de risco CVaR foi utilizada como métrica na função objetivo da otimização.

Três tipos de transações foram consideradas: contratos bilaterais sem risco, contratos bilaterais com risco e investimentos de risco no mercado *spot*. O modelo foi implementado considerando sete combinações entre as possíveis transações.

Uma função utilidade foi definida, levando em consideração aspectos subjetivos no modelo de otimização. Um estudo de caso foi realizado com dados do mercado PJM e foi realizada uma simulação para o mês de agosto de 2003.

O modelo proposto indica que à medida que o índice de aversão ao risco aumenta, o percentual do portfólio alocado a ações de menor risco também aumenta, alinhado com o que foi discutido em Liu (2004), Jifeng (2006), Pousinho et al. (2013).

O nível de confiança também tem impacto sobre o percentual do portfólio alocado à ações de risco, especialmente considerando a alta volatilidade dos preços de energia *spot*. À medida em que o nível de confiança aumenta, investimentos mais estáveis e sem muitos casos atípicos (como os contratos bilaterais assinados com clientes locais) representam a maior parte do portfólio.

Ao avaliar o comportamento do modelo para diferentes tamanhos de amostra, é possível concluir que os resultados tendem para uma curva estável à medida que o valor de T aumenta. Cabe ao tomador de decisão avaliar o *trade-off* entre o tamanho da amostra para rodar o modelo e o poder computacional requerido.

Os resultados indicam a aplicabilidade do modelo proposto como ferramenta para o processo decisório de empresas geradoras de energia. A partir da análise de diferentes alocações para diferentes níveis de aversão ao risco, a empresa pode escolher a combinação que ofereça maiores benefícios, ou seja, a combinação com o maior lucro e o menor risco associado.

O modelo considerou que os preços dos contratos bilaterais permaneceram constantes durante todo o período de planejamento. Apesar de serem estáveis, contratos futuros estão sujeitos a diversas incertezas devido, principalmente, aos conflitos entre os atores da negociação. Assim, uma próxima etapa do método aqui proposto incluiria técnicas para coordenar os interesses das partes interessadas na negociação de contratos bilaterais, determinando o preço dos contratos a partir do equilíbrio entre os interesses dos agentes

envolvidos.

Uma segunda importante aproximação do modelo é considerar que não há incertezas associadas à capacidade de produção das Gencos e ao preço do barril de óleo, o que nem sempre reflete a situação real. Modelos que incluam as incertezas associadas à determinação do preço do combustível e às variações na capacidade produtiva das Gencos podem aumentar a eficácia do método proposto.

Ao deixar de considerar os parâmetros acima citados como sendo determinísticos, as incertezas deverão ser incluídas no modelo. Porém, a depender da forma em que isso for feito, poderá comprometer a eficiência e a aplicabilidade do método. A programação dinâmica é uma abordagem extremamente eficaz para resolver problemas que envolvam tomada de decisões sequenciais. Porém, ao considerar a complexidade dos sistemas reais, os cálculos necessários acabam limitando o método. Métodos avançados de programação estocástica, como o *Approximate Dynamic Programming* (ADP), podem ser utilizados para refinar o modelo sem detrimento à sua eficiência.

Referências

- ARTZNER, P. et al. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, v. 9, n. 3, p. 203–228, 1999. Citado 4 vezes nas páginas 13, 15, 16 e 29.
- AUSUBEL, L. M.; CRAMTON, P. Using forward markets to improve electricity market design. *Utilities Policy*, v. 18, p. 195 – 200, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.
- BERTSIMAS, D.; LAUREATE, G. J.; SAMAROV, A. Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 28, p. 1353–1381, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 29.
- BURGER, M.; GRAEBER, B.; SCHINDLMAYR, G. *The Wiley Finance Series : Managing Energy Risk : An Integrated View on Power and Other Energy Markets*. Hoboken, GB: Wiley, 2008. ISBN 9780470725467. Disponível em: <<http://site.ebrary.com/lib/wrlc/docDetail.action?docID=10300926>>. Citado na página 3.
- CARRION, M.; CONEJO, A. J.; ARROYO, J. M. Forward contracting and selling price determination for a retailer. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, p. 2105–2114, Nov 2007. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. [S.l.]: Springer Science Business Media, LLC, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 3, 4, 11, 12 e 18.
- CONT, R. Volatility clustering in financial markets: Empirical facts and agent-based models. In: TEYSSIERE, G.; KIRMAN, A. P. (Ed.). *Long Memory in Economics*. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. Citado na página 12.
- CORNER, J. L.; KIRKWOOD, C. W. Decision analysis applications in the operations research literature, 1970-1989. *Operations Research*, v. 39, n. 2, p. 206–219, 1991. Citado na página 11.
- Federal Energy Regulatory Commission. *FERC: Electric Power Markets - PJM*. 2016. Disponível em: <<http://www.ferc.gov/market-oversight/mkt-electric/pjm.asp>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- GARCIA, R. C. et al. A GARCH forecasting model to predict day-ahead electricity prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, p. 867–874, 2005. Citado na página 12.
- GIL-PUGLIESE, M.; OLSINA, F. Risk-constrained forward trading optimization by stochastic approximate dynamic programming. In: NEZHAD, M. S. F. (Ed.). *Dynamic Programming and Bayesian Inference, Concepts and Applications*. [S.l.]: InTech, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 1, 3, 4, 7 e 8.
- HUNT, S. *Making competition work in electricity*. [S.l.]: J. Wiley, 2002. Citado na página 26.

- JIFENG, S. *An analytical assessment of generation asset in the restructured electricity industry*. Tese (Doutorado) — The University of Hong Kong, 2006. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10722/51488>>. Citado 6 vezes nas páginas 2, 4, 10, 19, 31 e 33.
- KIRSCHEN, D. S.; STRBAC, G. *Fundamentals of Power System Economics*. Hoboken, GB: Wiley, 2004. ISBN 9780470020586. Disponível em: <<http://site.ebrary.com/lib/gwu/docDetail.action?docID=10113950>>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 6.
- KROKHMAL, P.; PALMQUIST, J.; URYASEV, S. Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints. *The Journal of Risk*, v. 4, n. 2, p. 11–27, 2002. Disponível em: <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/kro_CVaR.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 14, 15, 16 e 29.
- LIU, M. *Energy Allocation with Risk Management in Electricity Markets*. Tese (Doutorado) — The University of Hong Kong, 2004. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10722/30349>>. Citado 10 vezes nas páginas 2, 3, 4, 8, 11, 19, 21, 23, 31 e 33.
- MANDELBROT, B. The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, v. 36, n. 4, p. 394 – 419, 1963. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2350970>>. Citado na página 12.
- NOGALES, F. J. et al. Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 342 – 348, May 2002. Citado na página 1.
- PALAMARCHUK, S. I. Dynamic programming approach to the bilateral contract scheduling. *IET Generation Transmission & Distribution*, v. 4, n. 2, p. 211, 2010. Citado na página 3.
- PJM Interconnection. *Daily Real-Time LMP*. 2015. Disponível em: <<http://www.pjm.com/markets-and-operations/energy/real-time/lmp.aspx>>. Citado na página 25.
- POUSINHO, H. M. I. et al. Risk-constrained scheduling and offering strategies of a price-maker hydro producer under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 2, p. 1879–1887, 2013. Citado 8 vezes nas páginas 3, 4, 14, 16, 19, 24, 31 e 33.
- ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, v. 2, n. 3, p. 21–41, 2000. Disponível em: <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/CVaR1_JOR.pdf>. Citado 5 vezes nas páginas 3, 15, 16, 23 e 29.
- SCHRÖDER, A. An electricity market model with generation capacity expansion under uncertainty. *Energy Systems*, v. 5, n. 2, p. 253–267, 06 2014. Disponível em: <<http://proxygw.wrlc.org/login?url=http://search.proquest.com/docview/1518231382?accountid=11243>>. Citado na página 4.
- SHAHIDEHPOUR, M.; YAMIN, H.; LI, Z. *Market Operations in Electric Power Systems Forecasting, Scheduling, and Risk Management*. 1. ed. [S.l.]: New York : Institute of Electrical and Electronics Engineers, Wiley-Interscience, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 1, 3, 6, 9 e 14.

SZEGO, G. Measures of risk. *Journal of Banking & Finance*, v. 26, p. 1253–1272, 2002. Citado na página 13.

URYASEV, S. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications. *Financial Engineering News*, v. 14, p. 1–5, 2000. Disponível em: <<http://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/FinNews.pdf>>. Citado 4 vezes nas páginas 3, 15, 16 e 29.

Apêndices

APÊNDICE A – Resultados da Simulação

As tabelas a seguir apresentam o sumário das alocações encontradas para diversas combinações de aversão ao risco, nível de confiança e número de amostras.

A.1 Resultados obtidos para o Caso 1

Tabela 6 – Resultados da simulação - Caso 1

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	0%	–	–	0,8106	-0,8559	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	100%	0%	–	–	0,7860	-0,8460	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,14	96%	4%	–	–	0,7619	-0,7652	0,0000	0,8865
1000	0,95	0,08	87%	13%	–	–	0,7467	-1,2404	0,0000	0,8066
1000	0,95	0,11	63%	37%	–	–	0,7249	-0,4941	0,0000	0,5865
1000	0,95	0,14	54%	46%	–	–	0,7131	-0,2751	0,0000	0,4958
1000	0,99	0,08	36%	64%	–	–	0,6859	-0,2003	0,0000	0,3309
1000	0,99	0,11	27%	73%	–	–	0,6807	0,0073	0,1167	0,2517
1000	0,99	0,14	2%	98%	–	–	0,6874	0,5564	0,5638	0,0197
5000	0,90	0,08	100%	0%	–	–	0,8114	-0,8455	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	100%	0%	–	–	0,7859	-0,8470	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,14	96%	4%	–	–	0,7613	-0,7730	0,0000	0,8883
5000	0,95	0,08	87%	13%	–	–	0,7468	-1,2405	0,0000	0,8062
5000	0,95	0,11	63%	37%	–	–	0,7234	-0,4988	0,0000	0,5836
5000	0,95	0,14	52%	48%	–	–	0,7122	-0,2559	0,0194	0,4817
5000	0,99	0,08	36%	64%	–	–	0,6856	-0,2011	0,0000	0,3307
5000	0,99	0,11	29%	71%	–	–	0,6818	-0,0356	0,0778	0,2727
5000	0,99	0,14	6%	94%	–	–	0,6877	0,4655	0,4861	0,0596
10000	0,90	0,08	100%	0%	–	–	0,8115	-0,8447	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	100%	0%	–	–	0,7862	-0,8446	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,14	96%	4%	–	–	0,7615	-0,7688	0,0000	0,8869
10000	0,95	0,08	87%	13%	–	–	0,7468	-1,2320	0,0000	0,8042
10000	0,95	0,11	63%	37%	–	–	0,7232	-0,5024	0,0000	0,5842
10000	0,95	0,14	52%	48%	–	–	0,7115	-0,2592	0,0194	0,4809
10000	0,99	0,08	36%	64%	–	–	0,6850	-0,2133	0,0000	0,3318
10000	0,99	0,11	28%	72%	–	–	0,6812	-0,0110	0,0972	0,2603
10000	0,99	0,14	4%	96%	–	–	0,6875	0,5108	0,5249	0,0392

A.2 Resultados obtidos para o Caso 2

Tabela 7 – Resultados da simulação - Caso 2

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	–	0%	–	0,8110	-0,8505	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	100%	–	0%	–	0,7862	-0,8355	0,0000	0,9219
1000	0,90	0,14	95%	–	5%	–	0,7616	-0,7544	0,0000	0,8971
1000	0,95	0,08	93%	–	7%	–	0,7467	-1,4336	0,0000	0,8845
1000	0,95	0,11	79%	–	21%	–	0,7145	-0,9259	0,0000	0,8185
1000	0,95	0,14	68%	–	32%	–	0,6879	-0,6494	0,0000	0,7725
1000	0,99	0,08	44%	–	56%	–	0,5915	-1,3592	0,0000	0,6779
1000	0,99	0,11	41%	–	59%	–	0,5594	-1,1776	0,0000	0,6625
1000	0,99	0,14	39%	–	61%	–	0,5204	-1,1482	0,0000	0,6527
5000	0,90	0,08	100%	–	0%	–	0,8115	-0,8447	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	100%	–	0%	–	0,7858	-0,8463	0,0000	0,9238
5000	0,90	0,14	96%	–	4%	–	0,7625	-0,7497	0,0000	0,8975
5000	0,95	0,08	93%	–	7%	–	0,7478	-1,4183	0,0000	0,8838
5000	0,95	0,11	79%	–	21%	–	0,7123	-0,9378	0,0000	0,8167
5000	0,95	0,14	67%	–	33%	–	0,6884	-0,6368	0,0000	0,7718
5000	0,99	0,08	45%	–	55%	–	0,5946	-1,3325	0,0000	0,6781
5000	0,99	0,11	41%	–	59%	–	0,5564	-1,2156	0,0000	0,6648
5000	0,99	0,14	39%	–	61%	–	0,5234	-1,1436	0,0000	0,6555
10000	0,90	0,08	100%	–	0%	–	0,8115	-0,8445	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	100%	–	0%	–	0,7858	-0,8448	0,0000	0,9234
10000	0,90	0,14	96%	–	4%	–	0,7614	-0,7571	0,0000	0,8973
10000	0,95	0,08	93%	–	7%	–	0,7473	-1,4180	0,0000	0,8827
10000	0,95	0,11	78%	–	22%	–	0,7114	-0,9419	0,0000	0,8165
10000	0,95	0,14	68%	–	32%	–	0,6890	-0,6468	0,0000	0,7740
10000	0,99	0,08	45%	–	55%	–	0,5942	-1,3316	0,0000	0,6776
10000	0,99	0,11	41%	–	59%	–	0,5576	-1,1980	0,0000	0,6632
10000	0,99	0,14	39%	–	61%	–	0,5211	-1,1541	0,0000	0,6543

A.3 Resultados obtidos para o Caso 3

Tabela 8 – Resultados da simulação - Caso 3

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	–	–	0%	0,8110	-0,8507	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	100%	–	–	0%	0,7856	-0,8500	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,14	97%	–	–	3%	0,7620	-0,7721	0,0000	0,9120
1000	0,95	0,08	90%	–	–	10%	0,7473	-1,3039	0,0000	0,8898
1000	0,95	0,11	74%	–	–	26%	0,7162	-0,8056	0,0000	0,8361
1000	0,95	0,14	66%	–	–	34%	0,6965	-0,5903	0,0000	0,8071
1000	0,99	0,08	46%	–	–	54%	0,5970	-1,5297	0,0000	0,7384
1000	0,99	0,11	43%	–	–	57%	0,5533	-1,4305	0,0000	0,7285
1000	0,99	0,14	43%	–	–	57%	0,5134	-1,4014	0,0000	0,7270
5000	0,90	0,08	100%	–	–	0%	0,8114	-0,8460	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	100%	–	–	0%	0,7858	-0,8480	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,14	97%	–	–	3%	0,7611	-0,7828	0,0000	0,9129
5000	0,95	0,08	90%	–	–	10%	0,7463	-1,3237	0,0000	0,8904
5000	0,95	0,11	74%	–	–	26%	0,7159	-0,7934	0,0000	0,8343
5000	0,95	0,14	65%	–	–	35%	0,6958	-0,5842	0,0000	0,8049
5000	0,99	0,08	46%	–	–	54%	0,5971	-1,5426	0,0000	0,7399
5000	0,99	0,11	44%	–	–	56%	0,5496	-1,4816	0,0000	0,7306
5000	0,99	0,14	42%	–	–	58%	0,5082	-1,4220	0,0000	0,7247
10000	0,90	0,08	100%	–	–	0%	0,8114	-0,8462	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	100%	–	–	0%	0,7858	-0,8481	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,14	97%	–	–	3%	0,7613	-0,7795	0,0000	0,9124
10000	0,95	0,08	90%	–	–	10%	0,7466	-1,3090	0,0000	0,8891
10000	0,95	0,11	74%	–	–	26%	0,7156	-0,8027	0,0000	0,8350
10000	0,95	0,14	66%	–	–	34%	0,6955	-0,5881	0,0000	0,8055
10000	0,99	0,08	47%	–	–	53%	0,5945	-1,5811	0,0000	0,7402
10000	0,99	0,11	44%	–	–	56%	0,5509	-1,4720	0,0000	0,7309
10000	0,99	0,14	42%	–	–	58%	0,5073	-1,4321	0,0000	0,7250

A.4 Resultados obtidos para o Caso 4

Tabela 9 – Resultados da simulação - Caso 4

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	0%	0%	–	0,8103	-0,8598	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	99%	0%	0%	–	0,7861	-0,8310	0,0000	0,9190
1000	0,90	0,14	91%	5%	4%	–	0,7646	-0,6615	0,0000	0,8571
1000	0,95	0,08	86%	8%	6%	–	0,7509	-1,1380	0,0000	0,8149
1000	0,95	0,11	73%	14%	13%	–	0,7223	-0,7462	0,0000	0,7206
1000	0,95	0,14	65%	15%	20%	–	0,7049	-0,5378	0,0000	0,6797
1000	0,99	0,08	43%	15%	42%	–	0,6343	-0,8737	0,0000	0,5901
1000	0,99	0,11	39%	16%	44%	–	0,6095	-0,7677	0,0000	0,5739
1000	0,99	0,14	37%	15%	48%	–	0,5899	-0,6860	0,0000	0,5658
5000	0,90	0,08	100%	0%	0%	–	0,8111	-0,8503	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	99%	1%	0%	–	0,7860	-0,8312	0,0000	0,9184
5000	0,90	0,14	91%	5%	4%	–	0,7632	-0,6711	0,0000	0,8587
5000	0,95	0,08	85%	9%	6%	–	0,7515	-1,1118	0,0000	0,8090
5000	0,95	0,11	73%	14%	13%	–	0,7236	-0,7535	0,0000	0,7264
5000	0,95	0,14	65%	15%	20%	–	0,7048	-0,5309	0,0000	0,6819
5000	0,99	0,08	43%	16%	42%	–	0,6342	-0,8902	0,0000	0,5910
5000	0,99	0,11	39%	16%	45%	–	0,6083	-0,7641	0,0000	0,5750
5000	0,99	0,14	37%	16%	48%	–	0,5870	-0,6975	0,0000	0,5651
10000	0,90	0,08	100%	0%	0%	–	0,8115	-0,8442	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	99%	0%	0%	–	0,7861	-0,8306	0,0000	0,9186
10000	0,90	0,14	91%	5%	4%	–	0,7634	-0,6644	0,0000	0,8556
10000	0,95	0,08	86%	8%	6%	–	0,7514	-1,1286	0,0000	0,8131
10000	0,95	0,11	73%	14%	13%	–	0,7237	-0,7485	0,0000	0,7240
10000	0,95	0,14	65%	15%	20%	–	0,7047	-0,5362	0,0000	0,6837
10000	0,99	0,08	43%	15%	42%	–	0,6338	-0,8884	0,0000	0,5913
10000	0,99	0,11	39%	16%	45%	–	0,6079	-0,7764	0,0000	0,5764
10000	0,99	0,14	37%	16%	48%	–	0,5867	-0,7019	0,0000	0,5655

A.5 Resultados obtidos para o Caso 5

Tabela 10 – Resultados da simulação - Caso 5

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	0%	—	0%	0,8122	-0,8363	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	99%	1%	—	0%	0,7857	-0,8358	0,0000	0,9189
1000	0,90	0,14	93%	6%	—	1%	0,7630	-0,7014	0,0000	0,8664
1000	0,95	0,08	86%	9%	—	5%	0,7502	-1,1193	0,0000	0,8201
1000	0,95	0,11	70%	14%	—	16%	0,7230	-0,6617	0,0000	0,7428
1000	0,95	0,14	63%	14%	—	23%	0,7070	-0,4746	0,0000	0,7144
1000	0,99	0,08	42%	16%	—	42%	0,6343	-0,9707	0,0000	0,6311
1000	0,99	0,11	41%	18%	—	42%	0,6089	-0,8895	0,0000	0,6174
1000	0,99	0,14	39%	18%	—	44%	0,5848	-0,8288	0,0000	0,6107
5000	0,90	0,08	100%	0%	—	0%	0,8112	-0,8483	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	99%	1%	—	0%	0,7860	-0,8341	0,0000	0,9191
5000	0,90	0,14	93%	6%	—	1%	0,7631	-0,7050	0,0000	0,8685
5000	0,95	0,08	86%	9%	—	5%	0,7495	-1,1570	0,0000	0,8238
5000	0,95	0,11	71%	13%	—	16%	0,7237	-0,6780	0,0000	0,7523
5000	0,95	0,14	63%	14%	—	23%	0,7061	-0,4790	0,0000	0,7160
5000	0,99	0,08	43%	17%	—	40%	0,6349	-0,9929	0,0000	0,6318
5000	0,99	0,11	40%	17%	—	43%	0,6073	-0,8863	0,0000	0,6175
5000	0,99	0,14	38%	18%	—	44%	0,5820	-0,8471	0,0000	0,6090
10000	0,90	0,08	100%	0%	—	0%	0,8114	-0,8461	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	99%	1%	—	0%	0,7864	-0,8299	0,0000	0,9191
10000	0,90	0,14	93%	6%	—	1%	0,7628	-0,7024	0,0000	0,8670
10000	0,95	0,08	86%	9%	—	4%	0,7498	-1,1619	0,0000	0,8242
10000	0,95	0,11	71%	13%	—	16%	0,7233	-0,6796	0,0000	0,7511
10000	0,95	0,14	63%	14%	—	23%	0,7063	-0,4823	0,0000	0,7155
10000	0,99	0,08	43%	17%	—	40%	0,6360	-0,9902	0,0000	0,6310
10000	0,99	0,11	40%	17%	—	43%	0,6069	-0,8952	0,0000	0,6176
10000	0,99	0,14	38%	18%	—	44%	0,5801	-0,8523	0,0000	0,6090

A.6 Resultados obtidos para o Caso 6

Tabela 11 – Resultados da simulação - Caso 6

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	–	0%	0%	0,8115	-0,8445	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	100%	–	0%	0%	0,7862	-0,8391	0,0000	0,9228
1000	0,90	0,14	93%	–	4%	3%	0,7641	-0,7036	0,0000	0,8918
1000	0,95	0,08	86%	–	7%	7%	0,7495	-1,1633	0,0000	0,8595
1000	0,95	0,11	71%	–	11%	18%	0,7215	-0,7046	0,0000	0,7961
1000	0,95	0,14	62%	–	15%	23%	0,7042	-0,4969	0,0000	0,7585
1000	0,99	0,08	41%	–	29%	30%	0,6329	-0,9448	0,0000	0,6757
1000	0,99	0,11	39%	–	31%	30%	0,6100	-0,8201	0,0000	0,6642
1000	0,99	0,14	36%	–	35%	29%	0,5794	-0,8000	0,0000	0,6502
5000	0,90	0,08	100%	–	0%	0%	0,8114	-0,8462	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	100%	–	0%	0%	0,7863	-0,8424	0,0000	0,9239
5000	0,90	0,14	93%	–	5%	2%	0,7624	-0,7141	0,0000	0,8899
5000	0,95	0,08	87%	–	7%	6%	0,7491	-1,1966	0,0000	0,8620
5000	0,95	0,11	71%	–	12%	17%	0,7228	-0,7004	0,0000	0,7962
5000	0,95	0,14	62%	–	15%	23%	0,7047	-0,4950	0,0000	0,7597
5000	0,99	0,08	42%	–	30%	29%	0,6313	-0,9826	0,0000	0,6728
5000	0,99	0,11	38%	–	33%	29%	0,6033	-0,8536	0,0000	0,6592
5000	0,99	0,14	36%	–	36%	28%	0,5792	-0,7871	0,0000	0,6484
10000	0,90	0,08	100%	–	0%	0%	0,8116	-0,8437	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	100%	–	0%	0%	0,7860	-0,8417	0,0000	0,9232
10000	0,90	0,14	93%	–	4%	2%	0,7621	-0,7099	0,0000	0,8889
10000	0,95	0,08	87%	–	7%	6%	0,7491	-1,1997	0,0000	0,8627
10000	0,95	0,11	70%	–	12%	18%	0,7216	-0,6927	0,0000	0,7934
10000	0,95	0,14	62%	–	15%	23%	0,7043	-0,4978	0,0000	0,7591
10000	0,99	0,08	42%	–	29%	29%	0,6313	-0,9810	0,0000	0,6732
10000	0,99	0,11	38%	–	33%	29%	0,6045	-0,8452	0,0000	0,6589
10000	0,99	0,14	36%	–	35%	29%	0,5795	-0,7917	0,0000	0,6509

A.7 Resultados obtidos para o Caso 7

Tabela 12 – Resultados da simulação - Caso 7

T	β	α	Spot Área 1	BC Área 1	BC Área 2	BC Área 3	Utilidade Média	CVaR Médio	VaR Médio	Desvio padrão
1000	0,90	0,08	100%	0%	0%	0%	0,8119	-0,8400	0,0000	0,9243
1000	0,90	0,11	99%	0%	0%	0%	0,7861	-0,8326	0,0000	0,9200
1000	0,90	0,14	92%	2%	4%	1%	0,7626	-0,6945	0,0000	0,8752
1000	0,95	0,08	85%	4%	6%	4%	0,7502	-1,1390	0,0000	0,8348
1000	0,95	0,11	68%	7%	11%	14%	0,7247	-0,6138	0,0000	0,7466
1000	0,95	0,14	61%	9%	13%	18%	0,7101	-0,4292	0,0000	0,7061
1000	0,99	0,08	40%	13%	27%	21%	0,6531	-0,6688	0,0000	0,5984
1000	0,99	0,11	36%	14%	31%	19%	0,6361	-0,5105	0,0000	0,5780
1000	0,99	0,14	34%	14%	34%	18%	0,6214	-0,4567	0,0000	0,5633
5000	0,90	0,08	100%	0%	0%	0%	0,8113	-0,8467	0,0000	0,9243
5000	0,90	0,11	100%	0%	0%	0%	0,7862	-0,8394	0,0000	0,9228
5000	0,90	0,14	93%	2%	4%	2%	0,7628	-0,6959	0,0000	0,8777
5000	0,95	0,08	85%	4%	7%	5%	0,7494	-1,1360	0,0000	0,8350
5000	0,95	0,11	69%	7%	11%	13%	0,7254	-0,6315	0,0000	0,7481
5000	0,95	0,14	60%	9%	13%	18%	0,7089	-0,4268	0,0000	0,7033
5000	0,99	0,08	40%	13%	27%	20%	0,6544	-0,6451	0,0000	0,5957
5000	0,99	0,11	36%	14%	30%	20%	0,6370	-0,5206	0,0000	0,5789
5000	0,99	0,14	34%	14%	34%	18%	0,6210	-0,4562	0,0000	0,5642
10000	0,90	0,08	100%	0%	0%	0%	0,8114	-0,8460	0,0000	0,9243
10000	0,90	0,11	100%	0%	0%	0%	0,7860	-0,8416	0,0000	0,9229
10000	0,90	0,14	93%	2%	4%	2%	0,7628	-0,6964	0,0000	0,8778
10000	0,95	0,08	85%	4%	7%	5%	0,7500	-1,1260	0,0000	0,8357
10000	0,95	0,11	69%	7%	11%	13%	0,7250	-0,6276	0,0000	0,7476
10000	0,95	0,14	60%	9%	13%	18%	0,7098	-0,4270	0,0000	0,7039
10000	0,99	0,08	40%	13%	27%	20%	0,6535	-0,6604	0,0000	0,5974
10000	0,99	0,11	36%	14%	31%	19%	0,6353	-0,5270	0,0000	0,5768
10000	0,99	0,14	34%	14%	33%	18%	0,6215	-0,4586	0,0000	0,5659

APÊNDICE B – Previsão de preços do dia seguinte

A Tabela 13 apresenta os valores considerados neste trabalho para a previsão dos preços do dia seguinte, obtidos após a utilização do modelo GARCH(2,1). Os valores referem-se aos *forecasts* realizados para o mês de agosto de 2003.

Tabela 13 – Preços do dia-seguinte obtidos pelo método GARCH

Dia	PENELEC	PEPCO	PECO
k1	49.66	49.21	48.67
k2	48.72	49.78	65.38
k3	42.49	43.76	53.30
k4	40.84	37.47	39.20
k5	36.99	35.91	36.66
k6	37.31	34.75	34.62
k7	35.68	34.96	33.97
k8	42.44	39.13	41.80
k9	38.18	40.99	40.74
k10	40.27	43.63	41.79
k11	35.39	40.54	39.84
k12	37.93	42.73	41.57
k13	47.00	48.15	46.51
k14	49.99	54.16	54.04
k15	52.85	51.69	55.32
k16	38.75	39.34	42.54
k17	28.64	28.91	29.65
k18	32.59	30.12	33.06
k19	37.37	34.04	36.04
k20	39.89	37.70	40.62
k21	50.62	45.94	48.94
k22	47.18	50.82	59.41
k23	44.21	44.31	48.82
k24	25.05	29.13	29.52
k25	43.70	36.69	36.51
k26	39.48	40.33	41.06
k27	36.74	35.89	43.17
k28	40.99	39.08	48.60
k29	43.50	47.62	48.54
k30	36.02	48.31	44.18
k31	22.80	30.97	28.31

APÊNDICE C – Código utilizado

```

function cvarmax
%% Preamble
%Possible combinations
case1 = [1 2];
case2 = [2 3];
case3 = [2 4];
case4 = [1 2 3];
case5 = [1 2 4];
case6 = [2 3 4];
case7 = [1 2 3 4];

cases = 7;
areas = case7;

q= 1000; M = 31; t = 24 ; area1 = 1; area2 = 2; area3 = 3;

%Input data – Daily Prices
prices = csvread('PEN_PEP_PEC.csv',1,1);
prices = prices(:,1:3);
portfolio = zeros(M,4);
portfolio = portfolio(:,areas);

% Input data – Average daily prices
meanprices = zeros(2*M,3);
for j=1:2*M
    a1 = (prices(1+(j-1)*t:j*24,area1));
    a2 = (prices(1+(j-1)*t:j*24,area2));
    a3 = (prices(1+(j-1)*t:j*24,area3));
    meanprices(j,:) = mean([a1 a2 a3]);
end

% Input data – Average day-ahead prices obtained with GARCH (august 2003)
forecasts = csvread('forecasts.csv',1,1);
forecasts = forecasts(:,1:3);

%% Parameters
%Fuel consumption Coefficients
a=590.72; b=2.4435; c=0.00906;

%Output Power of Generators – GENCO's total capacity
pk=250;

```

```

%kth interval fuel price
lambda_Fk=3;

% BC prices
lambda_1Bk=34; lambda_2Bk=35.7; lambda_3Bk=37;

%Fuel Price constant
fuel=(a + b*pk + c*pk^2)*lambda_Fk;

%Cost-curve parameter
K = 1/(M*fuel*t);
beta = [0.99]; coeff=[0.14];
tic
for i = 1:M
    X3 = [meanprices(i+1:i+M-1,:);forecasts(i,:)];
    lambdaLS = X3(:,areal);
    lambdaNLS = X3;
    X4 = prices((i*t+1):(i+M)*24,:);
    covs = cov(X4);
    CovNLS= [covs(1,:) covs(2,:) covs(3,:)];
    varNLS = diag(covs)';
    varLS = varNLS(:,1);
    CovLS = CovNLS(:, [1 2 3]);
    CovNLS2 = CovNLS(:, [4 5 6]);
    CovNLS3 = CovNLS(:, [7 8 9]);

    %% Return parameters: mean, covariance and variance (Liu)
    %Return risk-free transaction (local BC - Contract 1, PENELEC)
    rB = K*M*pk*t*lambda_1Bk - 1;

    %Return local spot - Area 1
    r1 = K*pk*t*sum(lambdaLS) - 1;
    sigma1 = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS);

    %Return Area 2 (PEPCO) (non-local BC - Contract 2)
    r2 = (K*pk*t)*sum(lambda_2Bk - ((lambdaNLS(:,2)...
        - (lambdaLS)))) - 1;
    sigma2 = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varNLS(:,2)...
        + varLS-2*CovLS(:,2));

    %Return Area 3 (PECO) (non-local BC - Contract 3)
    r3 = K*pk*t*sum(lambda_3Bk - ((lambdaNLS(:,3)) ...
        - (lambdaLS))) - 1;
    sigma3 = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varNLS(:,3)+varLS...
        -2*CovLS(:,3));

```



```

%Covariances between nonlocal assets
covariance(2,3) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovLS(:,2) ...
    - CovLS(:,3) + CovNLS2(:,3));
covariance(3,3) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovLS(:,3) ...
    - CovLS(:,3) + CovNLS3(:,3));
covariance(2,2) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovLS(:,2) ...
    - CovLS(:,2) + CovNLS2(:,2));
covariance(3,2) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovLS(:,3) ...
    - CovLS(:,2) + CovNLS3(:,2));

%Covariances between local and nonlocal assets
covariance(2,1) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovNLS2(:,1));
covariance(3,1) = ((M*K*pk*t)^2)*sum(varLS - CovNLS3(:,1));
covariance(1,3) = covariance(3,1);
covariance(1,2) = covariance(2,1);
covariance(1,1) = sigma1;

m = [rB r1 r2 r3]; %riskfree, areal1, area2, area3
sigma = [ 0 sigma1 sigma2 sigma3];
stdev = sqrt(sigma);
C(2:4,2:4) = covariance;

Scenarios = portsim(m,C,q);
[q, n] = size(Scenarios);
n1 = n;

%% Optimization (Pousinho + Jifeng)
% Inequality constraints
A(:,1) = ones(1,q);
A(1:q,2:(n+1)) = -Scenarios(1:q,1:n);
A = [A -eye(q)];
b = zeros(q,1);

[~, variables] = size(A);

%Bound Constraints
xlb = 0;
xub = 1;
lb = zeros(variables,1);
ub = Inf(variables,1);
ub(2:n+1,1) = xub*ones(1,n1);

%Equality Constraints
Aeq = zeros(1,variables);
Aeq([2:n+1]) = ones(1,n);
beq = [1];

```

```

%Objective Function
f = [-coeff -m (coeff/(q*(1-beta)))*(ones(1,q))];

%x = [VaR portfolio z1 ... zq]

%LP parameters
opts = optimoptions(@linprog,'Display','off');
[x, fval] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,[],opts);

%Outputs
VaR = x(1,1);
CVaR = VaR - (sum(x((n+2):end))/(q*(1-beta)));
port = x(2:n+1,1);
portfolio(i,:) = port';
portstd(i,:) = stdev*port;
returns(i,:) = m';
portret(i,:) = (m*port);
cvar(i,:) = CVaR;
var(i,:) = VaR;
utility(i,:) = -fval;

clearvars('A');
end

%% Results
%      display(q)
%      display(areas)
display(portfolio)
%      summary = [beta.*ones(M,1) coeff.*ones(M,1) utility portstd]
%      cvar
%      var
%      meanport = mean(portfolio)
%      mean_ret = mean(portret)
%      mean_utility = mean(utility)
%      std_ret = mean(portstd)
%      meanCVAR = mean(cvar)

clearvars('portfolio', 'portstd', 'returns', 'portret');
toc

end

```

Anexos

ANEXO A – Preços diários do mercado PJM

A Tabela 14 apresenta os preços médios do mercado PJM para os meses considerados no modelo.

Tabela 14 – Preços médios diários do mercado PJM, para o ano de 2003

Dia	PENELEC		PEPCO		PECO	
	Julho	Agosto	Julho	Agosto	Julho	Agosto
1	32.84	54.61	34.12	55.05	35.89	54.78
2	39.77	50.04	39.50	50.52	38.96	81.91
3	35.11	42.13	34.16	40.61	33.55	38.97
4	28.46	39.61	30.97	35.56	30.98	39.84
5	34.00	35.39	50.69	34.99	52.40	34.71
6	40.22	34.88	66.45	33.92	51.91	33.54
7	50.55	35.08	47.56	34.18	47.04	33.66
8	52.94	43.16	53.24	43.22	57.67	48.64
9	45.50	36.80	53.71	40.06	50.67	36.99
10	32.36	39.83	33.27	48.19	33.78	46.17
11	44.76	31.85	55.05	35.88	50.66	37.04
12	44.03	39.06	36.33	49.08	37.49	45.57
13	37.20	50.74	34.78	50.68	34.35	50.88
14	38.02	55.00	38.01	61.94	37.93	61.03
15	36.54	56.19	42.56	49.17	39.04	57.98
16	32.74	33.31	50.98	33.16	45.02	33.11
17	32.97	22.52	36.17	22.90	34.49	25.53
18	28.13	31.66	30.43	32.41	30.76	36.44
19	23.73	35.80	29.90	33.80	30.13	36.17
20	33.13	42.54	44.74	40.20	42.03	44.22
21	48.10	54.57	70.37	52.40	60.01	56.70
22	48.74	50.59	56.93	53.99	54.88	67.83
23	44.72	39.81	48.65	39.79	46.60	40.33
24	47.12	18.96	50.05	18.96	47.41	18.96
25	40.00	48.41	40.50	48.08	39.75	49.09
26	30.06	36.63	35.23	36.08	31.84	36.44
27	33.89	35.50	37.93	34.73	35.61	50.16
28	36.52	41.95	38.74	42.61	38.08	50.98
29	34.90	45.37	42.14	53.87	39.57	50.88
30	39.36	28.74	39.35	48.24	39.33	41.65
31	44.71	16.71	45.37	16.68	44.97	16.72